Lösningsförslag till Tentamen 2024-01-13
TSFS 17 Elkraftsystem
Denna version genererad: 19 januari 2025, 21:04

System och data som är gemensamma för uppgift 1-3.

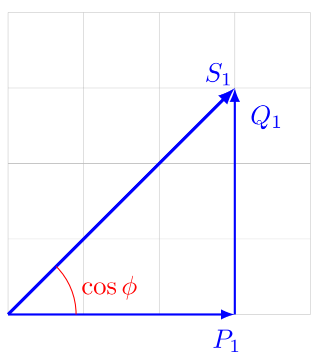
Uppgift 1.
Givet: Enlinjeschema med impedanser.
Sökt: Admittansmatrisen för systemet.

Det blir en 5×5 matris. Matrisen kan tas med hjälp av KCL och sedan invers linjäralgebra enlig lektioner. Alternativt genom inspektion av elementen i nätet och beräkning av elementens admittanser direkt.

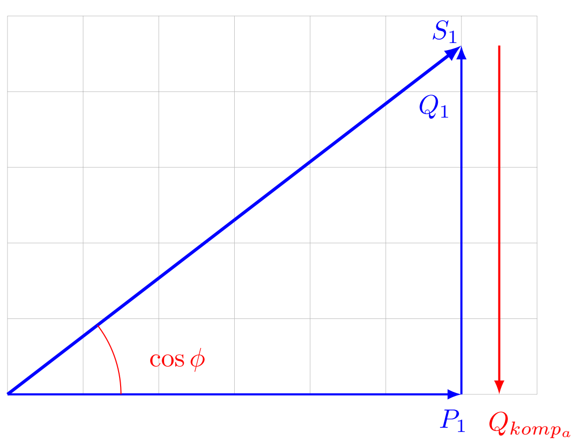
$$Y = -j \begin{bmatrix} -12 & 10 & 2 & 0 & 0 \\ 10 & -14 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & -20 & 8 & 10 \\ 0 & 4 & 8 & -22 & 10 \\ 0 & 0 & 10 & 10 & -20 \end{bmatrix} \text{ p.u.}$$

Uppgift 2.
Givet: Aktiv och reaktiv effekt som konsumenten vid buss 4 förbrukar: $P_1 = 300$ MW, $Q_1 = 300$ MVAr.
Sökt: Storleken på kapacitanserna/kondensatorbanken vid fullständig faskompensering $\cos(\phi_1) = 1$ och $\cos(\phi_2) = 0.95$ vid delta-koppling.

Initialt:



a. För fullständig faskompensation måste $\cos(\phi_1) = 1$, detta fås genom att ha en kondensatorbank lika stor som den initiala konsumerande reaktiva effekten $Q_{komp_a} = 300$ MVAr



För att beräkna motsvarade kapacitans används

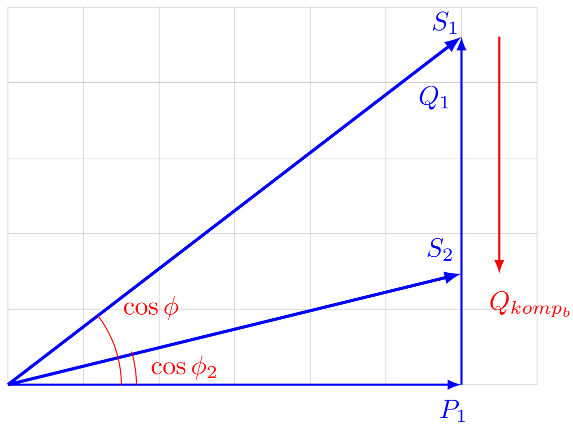
$$C = \frac{Q_{cap}}{U_f^2 \omega} \tag{1}$$

där U = U_H för delta-koppling. Detta ger följande kapacitans för hela banken

$$C_1 = 5.9683 \cdot 10^{-6}\ \text{F}$$

dvs $1.9894 \cdot 10^{-6}$ F per fas.

a. För $\cos(\phi) = 0.95$ måste den förbrukande rekativa effekten (med hjälp av trigonometriska samband för en rätvinklig triangel) vara $Q_2 = P_1 \tan(\phi_2) = 98.6052$ MVAr, där $\phi_2 = arccos(0.95) = 0.3176$ rad. Detta innebär att kondensatorbanken måste kompensera med Q$komp_b$ = Q_1 - Q_2 = 201.3948 MVAr.



För att beräkna kapacitanserna används ekvation (1) igen:

$$C_2 = 4.0066 \cdot 10^{-6}\ \text{F}$$

dvs $1.3355 \cdot 10^{-6}$ F per fas.

Uppgift 3.
Givet: Enlinjeschema med tre zoner och två transformatorer.
Sökt: Strömmarna i systemet och konsumerad aktiv och reaktiv effekten hos förbrukarna i Zon 3.
Vi har lagt en tabell sist i uppgiften för att ge en översikt av uträkningarna och de olika zonernas baser.

Vi behöver en effektnivå som bas för hela systemet. Man kan välja vilken effektnivå som helst som men oftast väljer man någon som man redan har given (ofta väljs även den största skenbara effektnivån). Sedan har varje zon en spänningsnivå, här kan man också välja godtyckligt men då blir det svårt att tolka vad 1 pu innebär, så det är mest informativt att använda spänningen i zonen. När man valt baser så omvandlar man komponenterna till de valda baserna, Zon 1, T1 och Zon 2 har rätt baser så inga omvandlingar behövs, men i T2 och Zon 3 behöver vi välja bas och räkna om impedanserna (väljer 120 kV, men går lika bra att välja 130 kV).

a. Impedanserna för T1 och transmissionsledningen är redan på rätt bas. Impedanserna för T2 och förbrukaren behöver byta bas.

Förbrukare:

$$V_{base3} = \frac{120}{400} Vbase2 = 120\, kV$$

$$\frac{V_{base3}^2}{Sbase} = 14.4\,\Omega$$

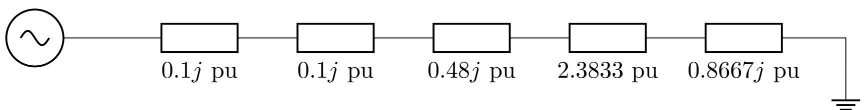
$$Z_{pu,load} = Z_R + Z_C = (0.55 + j0.2)\frac{130}{120}\frac{1000}{250} = 2.3833 + 0.8667j\, pu$$

T2:

$$Z_{T2} = 0.12j\frac{120}{120}\frac{1000}{250} = 0.48j\, pu$$

Sbase = 1000 MVA	Zon 1	T1	Zon 2	T2	Zon3
Givet	22 kV 1000 MVA	Xeq1 = 0.1j 22:400 kV 1000 MVA	400 kV 1000 MVA	Xeq2 = 0.12j 400:120 kV 250 MVA	130 kV 250 MVA
Vbase	22 kV		$\frac{400}{22}$ Vbase1= 400 kV		$\frac{120}{400}$ Vbase2 = 120 kV
Zbase -	$\frac{Vbase1^2}{Sbase} = 0.4840\Omega$		$\frac{Vbase2^2}{Sbase} = 160\Omega$		$\frac{Vbase3^2}{Sbase} = 14.4\Omega$
Zpu (Transformatorerna) -		$Xeq1\frac{400}{400}\frac{1000}{1000}=$ 0.1j pu		$Xeq2\frac{120}{120}\frac{1000}{250}=$ 0.48j pu	
Zpu (Transmissionsledning + Förbrukare)			$0.1j\frac{400}{400}\frac{1000}{1000}=$ 0.1j pu		$(0.55+j0.2)\frac{130}{120}\frac{1000}{250}=$ 2.3833 + 0.8667j pu
Ibase -	$\frac{Sbase}{Vbase1}$ = 45.5 kA		$\frac{Sbase}{Vbase2}$ = 2.5 kA		$\frac{Sbase}{Vbase3} = 8.3kA$
I -	$Ipu \cdot Ibase1 =$ 1.3215e+04 - 8.7976e+03j A		$Ipu \cdot Ibase2 =$ 7.2682e+02 - 4.8387e+02j A		$Ipu \cdot Ibase3 =$ 2.4227e+03 - 1.6129e+03j A

b.



c. $U_{pu,generator} = 1$ så att

$$I_{pu} = \frac{U_{pu,generator}}{Ztot} = 0.2952 - 0.1916j \text{ pu}$$

Strömbaserna beräknas genom $\frac{S_{base}}{V_{base,i}}$ för zon i.

$$I_{base,1} = 4.5455e+04\,A$$

$$I_{base,2} = 2.5000e+03\,A$$

$$I_{base,3} = 8.3333e+03\,A$$

Och strömmarna fås genom $I = I_{pu}I_{base,i}$ för zon i.

$$I_1 = 13420 - 8709.0\,i\,A$$

$$I_2 = 738.11 - 479.00\,i\,A$$

$$I_3 = 2460.4 - 1596.7\,i\,A$$

d.

$$U_{R+C} = (Z_R + Z_C)I_{pu} = 0.8697 - 0.2008j\,pu$$

$$S_{pu,load} = \bar{U}_{R+C} \cdot \bar{I}^*_{pu} = 0.2952 + 0.1074j \text{ pu}$$

$$S_{load} = S_{pu,load}S_{base} = P + jQ = 295.24 + 107.36j \text{ MVA}$$

Uppgift 4.
Givet: V_{nom} = 3.6 V. R_{DC} = 4
Sökt: a) Batteriets energi. b) Energin som försvinner i resistansen vid följnade C-rate; 0.2, 1, 4 C.. c) Laddningseffektiviteten för fallen i b).

a.

$$E_{bat} = VIt = VQ = V_{nom}Q = 3.6 \cdot 24 = 86.4 \text{ Wh}$$

b. Strömmarna för de olika fallen kan fås med $I = Q \cdot Crate$ och tiden (i timmar) $t = 1/Crate$ så att:

$$U_{R_{DC}} = R_{DC} I$$

$$E = U_{R_{DC}} I t$$

Svar: Energin som försvinner i resistanen: 0.4608, 2.304, 9.216 Wh.

c. Effektiviteten kan beräknas som följande:

$$\eta = \frac{\text{Nyttig energi}}{\text{Instoppad energi}} = \frac{E_{bat}}{E_{bat} + E_{R_{DC}}}$$

Svar: 0.9947, 0.9740, 0.9036.

Uppgift 5.
Givet: Ledningsdata för $V_1 = 400$ kV: $X'_L 1 = \omega L1' = 0.271$ [Ω/km], $Y'_C 1 = \omega C1' = 4.33$ [μS/km], och för $V_2 = 130$ kV: $X'_L 2 = \omega L2' = 0.53$ [Ω/km], $Y'_C 2 = \omega C2' = 2.3$ [μS/km]
Sökt:

a. Karaktäristiska impedansen beräknas

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{X'_L/\omega}{Y'_C/\omega}}$$

För 400 kV ledning:

$$Z_{c_1} = \sqrt{\frac{0.271}{4.33 \cdot 10^{-6}}} = 250.1732\ \Omega$$

För 130 kV ledning:

$$Z_{c_2} = \sqrt{\frac{0.53}{2.3 \cdot 10^{-6}}} = 480.0362\ \Omega$$

b. Från formelbladet beräknas SIL som

$$\text{SIL} = \frac{V_{rated}^2}{Z_c}$$

För 400 kV ledning:

$$\text{SIL}_1 = \frac{V_1^2}{Z_{c_1}} = 6.3956 \cdot 10^8 \text{ W}$$

För 130 kV ledning:

$$\text{SIL}_2 = \frac{V_2^2}{Z_{c_2}} = 3.5206 \cdot 10^8 \text{ W}$$

Svar: Karaktäristiska impedanserna: 250.2 Ω och 480 Ω. SIL: 640 MW och 352 MW

Uppgift 6.
Givet: $p_{m.pu} = 1$ per enhet innan kortslutning, H=2.5 per enhet-sekunder. Frekvens 50 Hz dvs $\omega_{pu}(t)$=1.0. $p_{e,pu}(\delta) = p_{max} \sin(\delta) = 2.2 \sin(\delta)$ per enhet.
Sökt: a) δ_0 och det kritiska δ_1. b) Tiden för att få δ_1 genom att integrera sväningsekvationen. c) Beräkna alla vinklar och den kritiska tiden för $P_{m,pu} = 0.5$.

a. Innan kortslutningen är $p_{e,pu} = p_{m,pu}$ vilket också kan ses i figuren

$$p_{max} \sin(\delta_0) = 1 \qquad \Rightarrow \qquad \delta_0 = \arcsin(1/p_{max}) = 0.4719 \text{ rad} = 27.0357^\circ$$

Svar: δ_0=27°

Om maskinen vänder precis innan stabilitetsgränsen blir δ_2=$\delta_3 = 180 - \delta_0 = 152.96° = 2.6697$ rad. Sätter vi upp uttrycken för AA och AD fås

$$
\begin{aligned}
AA &= \int_{\delta_0}^{\delta_1} p_{m,pu} \delta = \delta_1 - \delta_0 \\
AD &= \int_{\delta_1}^{\delta_2} (p_{max} \sin\delta - p_{m,pu}) d\delta = p_{max} \left[-\cos\delta\right]_{\delta_1}^{\delta_2} - [\delta]_{\delta_1}^{\delta_2} \\
&= -p_{max}\cos\delta_2 + p_{max}\cos\delta_1 - \delta_2 + \delta_1
\end{aligned}
$$

Med equal-area kriteriet det vill säga att AA=AD kan δ_1 beräknas

$$
\begin{aligned}
\delta_1 - \delta_0 &= -p_{max}\cos\delta_2 + p_{max}\cos\delta_1 - \delta_2 + \delta_1 \\
\cos\delta_1 &= \frac{-\delta_0 + p_{max}\cos\delta_2 + \delta_2}{p_{max}} \\
\delta_1 &= \arccos\left(\frac{-\delta_0 + p_{max}\cos\delta_2 + \delta_2}{p_{max}}\right) = 1.4623 \text{ rad} = 83.7822°
\end{aligned}
$$

Svar: $\delta_1 = 83.8°$

c. Svängningsekvationen ges av (se formelblad):

$$\frac{2H}{\omega_{e,s}}\frac{d\omega_e}{dt} = P_{\mathrm{m,pu}} - P_{\mathrm{e,pu}}$$

Med $P_{e,pu} = 0$ är det samma som:

$$\frac{d\omega_e}{dt} = \frac{\omega_{e,s}}{2H} P_{\mathrm{m,pu}}$$

$$\int_{\omega_{e,s}}^{\omega_e} d\omega_e = \int_0^t \frac{\omega_{e,s}}{2H} P_{\mathrm{m,pu}} dt$$

$$[\omega_e]_{\omega_{e,s}}^{\omega_e} = \frac{\omega_{e,s}}{2H} P_{\mathrm{m,pu}} [t]_0^t$$

$$\omega_e - \omega_{e,s} = \frac{d\delta}{dt} = \frac{\omega_{e,s}}{2H} P_{\mathrm{m,pu}} t$$

$$\int_{\delta_0}^{\delta(t)} d\delta = \int_0^t \frac{\omega_{e,s}}{2H} P_{\mathrm{m,pu}} t dt$$

$$[\delta]_{\delta_0}^{\delta(t)} = \frac{\omega_{e,s}}{2H} P_{\mathrm{m,pu}} \left[\frac{t^2}{2}\right]_0^t$$

$$\delta(t) - \delta_0 = \frac{\omega_{e,s}}{2H} P_{\mathrm{m,pu}} \frac{t^2}{2}$$

Ekvationen nedan beskriver hur vinklarna driver ifrån varandra.

$$\delta(t) = \frac{\omega_{e,s}}{2H} P_{\mathrm{m,pu}} \frac{t^2}{2} + \delta_0$$

Med $\omega_{e,s} = 2\pi f$ i ekvationen ovan fås tiden som ger δ_1 (vinklarna ska vara angivna i radianer):

$$t_{\delta_1} = \sqrt{\frac{(\delta_1 - \delta_0)2H}{\pi f P_{m,pu}}} = 0.1776 \text{ s}$$

c. Med samma ekvationer som ovan men med $P_{m,pu} = 0.5$ fås:

$$\delta_0 = 0.2293 \text{ rad} = \ 13.1366°$$

$$\delta_1 = 1.3225 \text{ rad} = \ 75.7749°$$

$$t_{\delta_1} = 0.2638 \text{ s}$$

Dvs generatorn kan vara borta i nästan 50% längre tid.

Uppgift 7.
Givet: I_{sc}=4 A vid fullt solljus. $I_0 = 1 \times 10^{-10}$ A.
Sökt: a) Uttrycket för effekt. b) Ekvationer för maximal effekt för fullt och 50% solljus. c) Vilken lösning hör till vilken solstrålning för U = 0.5306875 V och för U = 0.54775 V.

a. Strömmen i kretsen, med $\frac{k}{qT}$ =38.9°, är:

$$I = I_{sc} - I_d = I_{sc} - (I_0 \exp^{\frac{k}{qT}V_d} - 1)$$

Med U = V_d:

$$P(U) = U \cdot I(U) = U \cdot (I_{sc} - (I_0 \exp^{\frac{k}{qT}U} - 1))$$

b. Vid max är derivatan lika med 0.

$$\frac{dP(U)}{dU} = I_{sc} - I_0 \exp^{\frac{k}{qT}U} + 1 - UI_0\frac{k}{qT}\exp^{\frac{k}{qT}U} = 0$$

Får en ekvation med $I_{sc} = 4$ A för fullt solljus och en med $I_{sc}/2 = 2$ A för 50% solljus.
Den generella ekvationen kan renskrivas till

$$0 = I_{sc} + 1 - I_0(1 + U\frac{k}{qT})\exp^{\frac{k}{qT}U}$$

c. Sätt in spänningarna och testa vilken av lösning som passar.
U = 0.54775 V passar till fullt solljus, dvs när $I_{sc} = 4$ A.
U = 0.53068 V passar till 50% solljus, dvs när $I_{sc} = 2$ A.