Lösningsförslag till Tentamen 2024-03-15
TSFS 17 Elkraftsystem
Denna version genererad: 17 januari 2025, 15:41

Uppgift 1.
Faskompensering av maskin.

Givet: Trefasnät: f=50 Hz, U_H=400 V. Fabrik: förbrukning $P_1 = 40$ kW, $\cos\phi_1$=0.65, $\cos\phi_2$=0.65

a. Från formelbladet $P_{3fas} = \sqrt{3}U_H I_L \cos\phi$

$$I_{L,1} = \frac{P_1}{\sqrt{3}U_H \cos\phi_1} = 88.8231 \text{ A}$$

Svar: 88.8 A

b. Använd effekttriangeln för att lösa uppgiften ($Q_1 + Q_{cap} = Q_2$). Beräkna Q_1 (den reaktiva effekten innan kompensering) och Q_2 (reaktiva effekten efter kompensering). Den aktiva effekten är samma för båda fallen $P_1 = P_2$.

$$Q_1 = S_1 \sin\phi_1 = \frac{P_1}{\cos\phi_1}\sin\phi_1 = 46.765 \text{ kVAR}$$
$$Q_2 = S_2 \sin\phi_2 = \frac{P_2}{\cos\phi_2}\sin\phi_2 = 30.000 \text{ kVAR}$$
$$Q_{cap} = Q_2 - Q_1 = -16.765 \text{ kVAR}$$

Beräkna hur stor kondensator som behövs med $Q_{cap} = -U^2\omega C$ där $U = U_f = \frac{U_H}{\sqrt{3}}$ på grund av Y-koppling.

$$C = \frac{\frac{Q_{cap}}{3}}{-\left(\frac{U_H}{\sqrt{3}}\right)^2 2\pi f} = 333 \ \mu \text{ F}$$

Stömmen kan beräknas som i a-uppgiften.

$$I_{L,2} = \frac{P_2}{\sqrt{3}U_H \cos\phi_2} = 72.169 \text{ A}$$

Svar: 72.2 A och 333 μ F

c. För att få fullständig faskompensation vill vi ha ett kondensatorbatteri som generar lika stor reaktiv effekt som maskinen förbrukar dvs $Q_{fcap} = -Q_1$.

$$C = \frac{Q_{fcap}}{U_f^2\omega} = 0.0028 \text{ F} = 2800 \ \mu \text{ F}$$

Fullständigt faskompensering innebär effektfaktorn $\cos\phi = 1$

$$I = \frac{P_1}{\sqrt{3}U_H 1} = 57.735 \text{ A}$$

Svar: 57.7 A och en 2800 μF kondesator

Uppgift 2.
Givet: Ledningsdata $X'_L = \omega L' = 0.407$ [Ω/km], $Y'_C = \omega C' = 2.76$ [μS/km], och $R' = 0.05$ [Ω/km],

a. Karaktäristiska impedansen är en ledningsegenskap, den är oberoende av längd och som man kan se i definitionen så förkortas längderna bort när man dividerar under roten $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$.
Svar: Nej, den är inte beroende av längd.

b. Från formelbladet beräknas SIL som

$$\text{SIL} = \frac{V_{rated}^2}{Z_c} = 1.3776 \cdot 10^8 \text{ W}$$

där den karaktäristiska impedansen är

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{X'_L/\omega}{Y'_C/\omega}} = \sqrt{\frac{0.407}{2.76 \cdot 10^{-6}}} = 384.01 \ \Omega$$

Svar: SIL = 138 MW

c. För att ledningens resistans ska bli lika stor som den karaktäristiska impedansen $R' \cdot l = Z_c$ behöver ledningen vara l = 6318 km lång.

Uppgift 3.
Givet: $\delta_0 = 23.62°$, $p_{m.pu} = 1$ per enhet innan kortslutning, H=3.1 per enhet-sekunder. Frekvens 50 Hz dvs $\omega_{pu}(t)$=1.0. $p_{e,pu}(\delta) = p_{max}\sin(\delta) = 2.4\sin(\delta)$ per enhet.
Sökt: a) δ_1. b) Accelarationsarean. c) δ_2 d) Varför stabilitet behålls.

a. Svängningsekvationen från formelbladet

$$\frac{2H}{\omega_{e,s}}\frac{d\omega_e}{dt} = P_{m,pu} - P_{e,pu} \qquad \Leftrightarrow \qquad \frac{2H}{\omega_{e,s}}\frac{d^2\delta_e}{dt^2} = P_{m,pu} - P_{e,pu}$$

(eftersom $\omega = \frac{d\delta}{dt}$). När en kortslutningen sker blir $P_{e,pu} = 0$ så att svängningsekvationen blir

$$\frac{2H}{\omega_{e,s}}\frac{d^2\delta_e}{dt^2} = P_{m,pu}$$

Med $\omega_{e,s} = 2\pi f$ och en första integration fås

$$\frac{d\delta(t)}{dt} = \frac{2\pi f}{2H}P_{m,pu}\,t$$

där begynnelsevillkoret $\frac{d\delta(0)}{dt} = 0$ (eftersom effektvinkeln är konstant) uppfylls. En till integration där begynnelsevillkoret $\delta(0) = \delta_0$ uppfylls ger slutliga uttrycket för δ

$$\delta(t) = \frac{2\pi f}{2H}P_{m,pu}\frac{t^2}{2} + \delta_0.$$

Nu kan δ_1 bestämmas genom att först beräkna tiden som 5 cykler motsvarar. Antal cykler, $N = ft$. Alltså tar det $t = 5/50 = 0.1$ sekunder.

$$\delta_1 = \delta(0.1) = \frac{\pi 50}{H}\frac{0.1^2}{2} + 0.4122 = 0.6656 \text{ rad} = 38.1361°$$

Svar: $\delta_1 = 38°$

b. Accelarationsarean AA är arean av rektangeln $P_{m,pu}(\delta_1 - \delta_0) = \delta_1 - \delta_0 = 0.2534$ eller

$$AA = \int_{\delta_0}^{\delta_1} p_{m,pu}\delta = \delta_1 - \delta_0$$

Svar: 0.2534 pu·rad

c. Med equal-area kriteriet, det vill säga att AA = AD, kan δ_2 beräknas.

$$\begin{aligned} AA = AD = \int_{\delta_1}^{\delta_2}(p_{max}\sin\delta - p_{m,pu})d\delta &= p_{max}\left[-\cos\delta\right]_{\delta_1}^{\delta_2} - [\delta]_{\delta_1}^{\delta_2} \\ &= -p_{max}\cos\delta_2 + p_{max}\cos\delta_1 - \delta_2 + \delta_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_1 - \delta_0 &= -p_{max}\cos\delta_2 + p_{max}\cos\delta_1 - \delta_2 + \delta_1 \\ -\delta_0 &= -p_{max}\cos\delta_2 + p_{max}\cos\delta_1 - \delta_2 \end{aligned}$$

Testa med olika δ_2. Exakt svar är 0.9968 rad = 57.1138°.

d. Systemets stabilitet behålls eftersom δ_2 ej överskrider δ_3 som är $180 - \delta_0$ 156.38°.

Uppgift 4.
Givet: $V = 400$ V, $I = 150$ A, $V_{th} = 1$ pu, $Z_{th} = j0.15$ pu, $Z_{base} = 0.6$ pu
Sökt: Spänningen över lasten i både per enhet och V.
Givet spännings- och impedansbasen, $V_{base} = 400/\sqrt{3}$ och $Z_{base} = 0.6$, kan basen för strömmen tas fram (formelblad: $Z_{base} = \frac{V_{base}}{I_{base}}$)

$$I_{base} = V_{base}/Z_{base} = 384.9 \text{ A}$$

och användas för att beräkna strömmen genom lasten i per enhet (formelblad: Storhet i per enhet= Verkligt värde / Basvärde för storheten)

$$I_{last,pu} = I_{last}/I_{base} = 0.3897 \text{ pu.}$$

Nu är spänning, impedans och ström angivna i per enhet och vi kan använda Kirchoffs spänningslag eller slinganalys för att ta fram ett uttryck för spänningen över lasten V_{load}

$$\bar{V}_{th} - \bar{Z}_{th} I_{last,pu} - \bar{V}_{last} = 0$$
$$\bar{V}_{th} = \bar{Z}_{th} I_{last,pu} + \bar{V}_{last}$$

Eftersom lasten är fullständigt faskompenserad kan den ses som en rent resistiv komponent och då kan uttrycket ovan ses som en rätvinklig triangel med basen V_{last} och höjden Imag$\bar{Z}_{th} I_{last,pu}$ (då den är rent imaginär) och hypotenusan $\bar{V}_{th}$.

$$V_{th}^2 = V_{last,pu}^2 + (imag\{Z_{th}\} I_{load,pu})^2$$
$$V_{last,pu} = \sqrt{V_{th}^2 - (imag\{Z_{th}\} I_{load,pu})^2} = 0.9983$$

Och detta motsvarar

$$V_{last} = V_{last,pu} V_{base} = 230.5452 \text{ V}$$

Svar: Spänningen över lasten är 0.9983 pu vilket motsvarar 230.5 V

Uppgift 5.
Admittansmatris och elkraftsystem.

a. Givet: Ett enlinje schema med tre bussar och impedanserna.

   Sökt: Admittansmatrisen

   Lösning: Från ledningsimpedanserna får vi ledningsadmittanserna $Y_{12} = Y_{21} = -2j$, $Y_{13} = Y_{31} = -5j$, $Y_{23} = Y_{32} = -4j$ per enhet. Vi har tre bussar och ansätter spänningarna U_1, U_2, U_3 och strömmarna I_1, I_2, I_3, där positiv strömriktning är från elemetet vid bussen in till nätet (dvs en last får negativa värden på strömmen när vi hittat lösningen).

   Strömmen in till buss 1 tecknas med Kirchoffs strömlag: $I_1 = (U_1 - U_2)Y_{12} + (U_1 - U_3)Y_{13}$
   Strömmen in till buss 2 tecknas med Kirchoffs strömlag: $I_2 = (U_2 - U_1)Y_{21} + (U_2 - U_3)Y_{23}$
   Strömmen in till buss 3 tecknas med Kirchoffs strömlag: $I_3 = (U_3 - U_1)Y_{31} + (U_3 - U_2)Y_{32}$

   Nu kan vi samla ihop alla admittanser framför spänningarna i högerleden:

$$\begin{array}{lccccccccc} I_1 = & (Y_{12}+Y_{13}) & U_1 & - & Y_{12} & U_2 & - & Y_{13} & U_3 \\ I_2 = & -Y_{21} & U_1 & + & (Y_{21}+Y_{23}) & U_2 & - & Y_{23} & U_3 \\ I_3 = & -Y_{31} & U_1 & - & Y_{32} & U_2 & + & (Y_{31}+Y_{32}) & U_3 \end{array}$$

   Nu kan vi använda omvänd linjär algebraför att gå från summa till matrismultiplikation.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Y_{12}+Y_{13}) & -Y_{12} & -Y_{13} \\ -Y_{21} & (Y_{21}+Y_{23}) & -Y_{23} \\ -Y_{31} & -Y_{32} & (Y_{31}+Y_{32}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$

   Detta ger oss admittansmatrisen

$$Y_{bus} = j \begin{bmatrix} -7 & 2 & 5 \\ 2 & -6 & 4 \\ 5 & 4 & -9 \end{bmatrix} p.u.$$

b. Buss 1 är slack buss.
   Buss 2 är generator PV buss.
   Buss 3 är lasten en PQ buss.

c. Buss 1: Spänning och dess vinkel(=0) är kända, (strömmens amplitud och vinkel är okända).
   Buss 2: Spänning känd men dess vinkel är inte känd, (strömmens amplitud och vinkel är okända).
   Buss 3: Spänning och dess vinkel är okänd, (strömmens amplitud och vinkel är okända).

d. Buss 1: Varken aktiv eller reaktiv effekt är kända.
   Buss 2: Aktiv effekt känd, reaktiv effekt okänd.
   Buss 3: Aktiv och reaktiv effekt kända.

Uppgift 6.
Givet: $v_0 = v_{10} = 7$ m/s, $H_0 = 10$ m, $\alpha = 0.2$, $\rho = 1.225$ kg/m^3
Sökt: Vindhastigheter och specifika effekter.

a. På höjden H_x kan vindhastigheten v_x uttryckas med

$$v_x = v_0 \left(\frac{H_x}{H_0}\right)^\alpha$$

De sökta vindhastigheterna är

$$v_{50} = v_0 \left(\frac{50}{H_0}\right)^\alpha = 9.6581 \text{ m/s}$$

och

$$v_{100} = v_0 \left(\frac{100}{H_0}\right)^\alpha = 11.0943 \text{ m/s}$$

b. De specifika effekterna är

$$P_{10} = \frac{1}{2} v_{10}^3 = 210.0875 \ W/m^2$$
$$P_{50} = \frac{1}{2} v_{50}^3 = 551.8007 \ W/m^2$$
$$P_{100} = \frac{1}{2} v_{100}^3 = 836.3734 \ W/m^2$$