Lösningsförslag till Tentamen 2024-01-13
TSFS 17 Elkraftsystem
Denna version genererad: 13 mars 2024, 19:29

Uppgift 1.
Givet: Trefasnät: f=50 Hz, U_H=400 V. Fabrik: förbrukning $P_1 = 40$ kW, $\cos\phi_1$=0.7, kondesatorbatteri C=120μF per fas. Expansion: P_2=20 kW, $\cos\phi_2$=0.65.
Sökt:

a. Från formelbladet $P_{3fas} = \sqrt{3} U_H I_L \cos\phi$

$$I_{L,1} = \frac{P_1}{\sqrt{3} U_H \cos\phi_1} = 82.4786 \text{ A}$$

Svar: 82.5 A

b. Vi kan börja med att beräkna den reaktiva effekten från kondensatorbatteriet för en fas (D-koppling: $U = U_H$)

$$Q_{cap} = -U^2 \omega C = -U_H^2 2\pi f C = -6.0319 \cdot 10^3 \text{ VAR} = -6.0319 \text{ kVAR}$$

För att beräkna strömmen för hela anläggningen kan samma formel som i tidigare uppgift användas. Summera alla komponenters aktiva effekt

$$P_{tot} = P_1 + P_2 = 60 \text{ kW}$$

Summera alla komponenters reaktiva effekt ($3Q_{cap}$, en för varje fas). $\phi_1 = 0.7954$ rad (ca 45.6°) och $\phi_2 = 0.8932$ rad (ca 49.5°).

$$\begin{aligned} Q_1 &= S_1 \sin(\phi_1) = \frac{P_1}{\cos\phi_1} \sin\phi_1 = 40.808 \text{ kVAR} \\ Q_2 &= S_2 \sin(\phi_2) = \frac{P_2}{\cos\phi_2} \sin\phi_2 = 23.383 \text{ kVAR} \\ Q_{tot} &= Q_1 + Q_2 + 3Q_{cap} = 46.095 \text{ kVAR} \end{aligned}$$

Den totala skenbara effekten för anläggningen

$$S_{tot} = \sqrt{P_{tot}^2 + Q_{tot}^2} = 7.5662 \cdot 10^4 \text{ VA}$$

Vilket ger strömmen för hela anläggningen

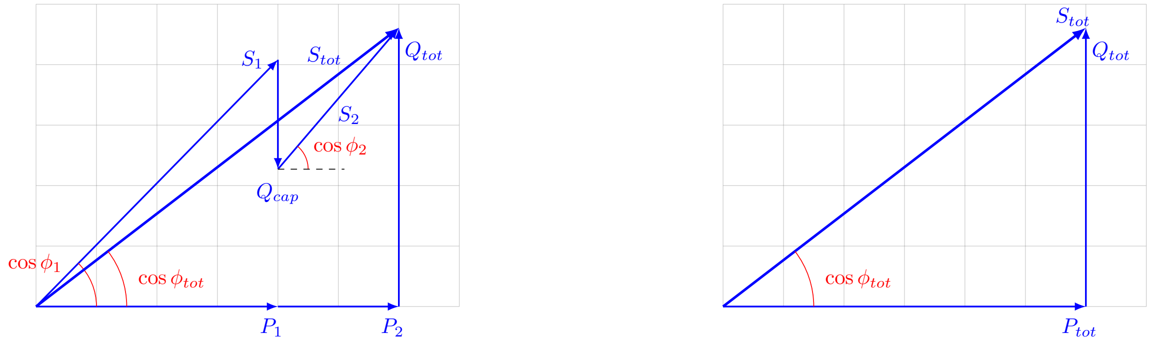
$$I_{L,tot} = \frac{P_{tot}}{\sqrt{3} U_H \cos\phi_{tot}} = \frac{S_{tot}}{\sqrt{3} U_H} = 109.209 \text{ A}$$

Effektfaktorn för hela anläggningen blir

$$\cos\phi_{tot} = \frac{P_{tot}}{S_{tot}} = 0.7930 \text{ (Vinkel } \phi_{tot} \text{ ca 37.5°)}$$

Svar: 109.2 A och $\cos\phi_{tot} = 0.79$

c. Rita fasdiagrammet, vill helst se det vänstra men minimalt det högra.



d. För att få fullständig faskompensation vill vi ha ett kondensatorbatteri som generar lika stor reaktiv effekt som fabriken förbrukar efter expansionen, dvs det enkla svaret är $Q_{tot} = 46.095$ kVAR.
Det behövdes inte för att svara på frågan men det kan ändå vara intressant att veta hur stora kondensatorer som behövs

$$C = \frac{Q_{cap}}{U^2\omega} = 9.1703 \cdot 10^{-4} \text{ F}$$

Svar: Vi behöver $Q_{tot} = 46.095$ kVAR vilket motsvarar 3 kondensatorer på 306 μF vardera, totalt 917 μF.

e. Fullständigt faskompensering innebär effektfaktorn $\cos\phi = 1$

$$I = \frac{P_{tot}}{\sqrt{3}U_H 1} = 86.6025 \text{ A}$$

Uppgift 2.
Givet: Ledningsdata $X'_L = \omega L' = 0.271$ [Ω/km], $Y'_C = \omega C' = 4.33$ [μS/km], och $R' = 0.028$ [Ω/km],
Sökt:

a. Karaktäristiska impedansen är en ledningsegenskap, den är oberoende av längd och som man kan se i definitionen så förkortas längderna bort när man dividerar under roten $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$.
Svar: Nej, den är inte beroende av längd.

b. Från formelbladet beräknas SIL som

$$\text{SIL} = \frac{V_{rated}^2}{Z_c} = 9.0447 \cdot 10^8 \text{ W}$$

där den karaktäristiska impedansen är

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{X'_L/\omega}{Y'_C/\omega}} = \sqrt{\frac{0.271}{4.33 \cdot 10^{-6}}} = 250.173\ \Omega$$

Svar: SIL = 639.557 MW

c. För att ledningens resistans ska bli lika stor som den karaktäristiska impedansen $R' \cdot l = Z_c$ behöver ledningen vara l = 8934 km lång.

Uppgift 3.
Givet: $V = 400$ V, $I = 250$ A, $V_{th} = 1$ pu, $Z_{th} = j0.15$ pu, $Z_{base} = 0.6$ pu
Sökt: Spänningen över lasten i både per enhet och volt.
Givet spännings- och impedansbasen, $V_{base} = 400/\sqrt{3}$ och $Z_{base} = 0.6$, kan basen för strömmen tas fram (formelblad: $Z_{base} = \frac{V_{base}}{I_{base}}$)

$$I_{base} = V_{base}/Z_{base} = 384.9 \text{ A}$$

och användas för att beräkna strömmen genom lasten i per enhet (formelblad: Storhet i per enhet= Verkligt värde / Basvärde för storheten)

$$I_{last,pu} = I_{last}/I_{base} = 0.6494 \text{ pu.}$$

Nu är spänning, impedans och ström angivna i per enhet och vi kan använda Kirchoffs spänningslag eller slinganalys för att ta fram ett uttryck för spänningen över lasten V_{load}

$$\bar{V}_{th} - \bar{Z}_{th} I_{last,pu} - \bar{V}_{last} = 0$$
$$\bar{V}_{th} = \bar{Z}_{th} I_{last,pu} + \bar{V}_{last}$$

Eftersom lasten är fullständigt faskompenserad kan den ses som en rent resistiv komponent och då kan uttrycket ovan ses som en rätvinklig triangel med basen V_{last} och höjden Imag$\bar{Z}_{th} I_{last,pu}$ (då den är rent imaginär) och hypotenusan $\bar{V}_{th}$.

$$V_{th}^2 = V_{last,pu}^2 + (imag\{Z_{th}\} I_{load,pu})^2$$
$$V_{last,pu} = \sqrt{V_{th}^2 - (imag\{Z_{th}\} I_{load,pu})^2} = 0.9952$$

Och detta motsvarar

$$V_{last} = V_{last,pu} V_{base} = 229.8 \text{ V}$$

Svar: Spänningen över lasten är 0.9952 pu vilket motsvarar 229.8 V

Uppgift 4.
Givet: $p_{m.pu} = 1$ per enhet innan kortslutning, H=3.0 per enhet-sekunder. Frekvens 50 Hz dvs $\omega_{pu}(t)$=1.0. $p_{e,pu}(\delta) = p_{max}\sin(\delta) = 2.4\sin(\delta)$ per enhet.
Sökt: a) δ_0. b) Det kritiska δ_1. c) Tiden för att få δ_1 genom att integrera sväningsekvationen. d) Hur många perioder tiden från c) motsvarar.

a. Innan kortslutningen är $p_{e,pu} = p_{m,pu}$ vilket också kan ses i figuren

$$p_{max}\sin(\delta_0) = 1 \qquad \Rightarrow \qquad \delta_0 = \arcsin(1/p_{max}) = 0.4298 \text{ rad} = 24.6243°$$

Svar: δ_0=24.6°

b. Om maskinen vänder precis innan stabilitetsgränsen blir δ_2=$\delta_3 = 180 - \delta_0 = 155.37° = 2.7118$ rad. Sätter vi upp uttrycken för AA och AD fås

$$\begin{aligned} AA &= \int_{\delta_0}^{\delta_1} p_{m,pu}\delta = \delta_1 - \delta_0 \\ AD &= \int_{\delta_1}^{\delta_2} (p_{max}\sin\delta - p_{m,pu})d\delta = p_{max}\left[-\cos\delta\right]_{\delta_1}^{\delta_2} - [\delta]_{\delta_1}^{\delta_2} \\ &= -p_{max}\cos\delta_2 + p_{max}\cos\delta_1 - \delta_2 + \delta_1 \end{aligned}$$

Med equal-area kriteriet det vill säga att AA=AD kan δ_1 beräknas

$$\begin{aligned} \delta_1 - \delta_0 &= -p_{max}\cos\delta_2 + p_{max}\cos\delta_1 - \delta_2 + \delta_1 \\ \cos\delta_1 &= \frac{-\delta_0 + p_{max}\cos\delta_2 + \delta_2}{p_{max}} \\ \delta_1 &= \arccos\left(\frac{-\delta_0 + p_{max}\cos\delta_2 + \delta_2}{p_{max}}\right) = 1.5290 \text{ rad} = 87.6048° \end{aligned}$$

Svar: $\delta_1 = 87.6°$

c. Svängningsekvationen från formelbladet

$$\frac{2H}{\omega_{e,s}}\frac{d\omega_e}{dt} = P_{m,pu} - P_{e,pu} \qquad \Leftrightarrow \qquad \frac{2H}{\omega_{e,s}}\frac{d^2\delta_e}{dt^2} = P_{m,pu} - P_{e,pu}$$

(eftersom $\omega = \frac{d\delta}{dt}$). När en kortslutningen sker blir $P_{e,pu} = 0$ så att svängningsekvationen blir

$$\frac{2H}{\omega_{e,s}}\frac{d^2\delta_e}{dt^2} = P_{m,pu}$$

Med $\omega_{e,s} = 2\pi f$ och en första integration fås

$$\frac{d\delta(t)}{dt} = \frac{2\pi f}{2H}P_{m,pu}\,t$$

där begynnelsevillkoret $\frac{d\delta(0)}{dt} = 0$ (eftersom effektvinkeln är konstant) uppfylls. En till integration där begynnelsevillkoret $\delta(0) = \delta_0$ uppfylls ger slutliga uttrycket för δ

$$\delta(t) = \frac{2\pi f}{2H}P_{m,pu}\frac{t^2}{2} + \delta_0.$$

Från ekvationen ovan fås tiden som ger δ_1

$$t_{\delta_1} = \sqrt{\frac{(\delta_1 - \delta_0)2H}{\pi f P_{m,pu}}} = 0.2049 \text{ s}$$

d. Tiden motsvarar $N = f t_{\delta_1}$=10.2454 perioder som generatorn kan vara borta.

Uppgift 5.
Givet: Enlinjeschema med 4 bussar och impedanser i per enhet.
Sökt: Admittansmatrisen och information om vad som är känt om bussarna.

a. Från ledningsimpedanserna fås ledningsadmittanserna (Y=1/Z) $Y_{12} = Y_{21} = -1j$, $Y_{13} = Y_{31} = -2j$, $Y_{24} = Y_{42} = -2j$, $Y_{34} = Y_{43} = -4j$ per enhet. Vi har fyra bussar och ansätter spänningarna U_1, U_2, U_3, U_4 och strömmarna I_1, I_2, I_3, I_4 där positiv strömriktning är från elementet vid bussen in till nätet (dvs en last får negativa värden på strömmen när vi hittat lösningen).

Strömmen in till buss 1 tecknas med Kirchoffs strömlag:

$I_1 = (U_1 - U_2)Y_{12} + (U_1 - U_3)Y_{13}$

Strömmen in till buss 2:

$I_2 = (U_2 - U_1)Y_{21} + (U_2 - U_4)Y_{24}$

Strömmen in till buss 3:

$I_3 = (U_3 - U_1)Y_{31} + (U_3 - U_4)Y_{34}$

Strömmen in till buss 3:

$I_3 = (U_3 - U_1)Y_{31} + (U_3 - U_4)Y_{34}$

Strömmen in till buss 4:

$I_4 = (U_4 - U_2)Y_{42} + (U_4 - U_3)Y_{43}$

Nu kan vi samla ihop alla admittanser framför spänningarna i högerleden:

$$\begin{array}{llllllll}
I_1= & (Y_{12}+Y_{13}) & U_1 - & Y_{12} & U_2 - & Y_{13} & U_3 + & 0 \quad U_4 \\
I_2= & -Y_{21} & U_1 + & (Y_{21}+Y_{24}) & U_2 + & 0 & U_3 - & Y_{24} \quad U_4 \\
I_3= & -Y_{31} & U_1 + & 0 & U_2 + & (Y_{31}+Y_{34}) & U_3 - & Y_{34} \quad U_4 \\
I_4= & 0 & U_1 - & Y_{42} & U_2 - & Y_{43} & U_3 + & (Y_{42}+Y_{43}) \quad U_4
\end{array}$$

Nu kan vi använda omvänd linjär algebra för att gå från summa till matrismultiplikation.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Y_{12} + Y_{13}) & -Y_{12} & -Y_{13} & 0 \\ -Y_{21} & (Y_{21} + Y_{24}) & 0 & -Y_{24} \\ -Y_{31} & 0 & (Y_{31} + Y_{34}) & -Y_{34} \\ 0 & -Y_{42} & -Y_{43} & (Y_{42} + Y_{43}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

Detta ger oss admittansmatrisen

$$Y_{bus} = j \begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & -6 & 4 \\ 0 & 2 & 4 & -6 \end{bmatrix}$$

b. Buss 1 är slack-buss
Buss 2 är PQ-buss
Buss 3 är PQ-buss
Buss 4 är PV-buss

c. och d.

	V	θ
Buss 1	Känd	Känd
Buss 2	Okänd	Okänd
Buss 3	Okänd	Okänd
Buss 4	Känd	Okänd

	P	Q
Buss 1	Okänd	Okänd
Buss 2	Känd	Känd
Buss 3	Känd	Känd
Buss 4	Känd	Okänd

e. Skenbara effekterna för konsumenterna (PQ-bussarna) är totalt $S_{tot} = \sqrt{(80+40)^2 + (60+30)^2} =$ 150 MVA och eftersom båda generatorerna klarar 150 MVA så tror vi att enkelfelskriteriet uppfylls.
Svar: Ja systemet uppfyller precis enkelfels kriteriet. (Detta var det tänkta svaret.)
Men den som granskar nätet noggrant ser att PQ-bussarna kräver 150 MVA med $\cos\phi = 0.8$ (induktiv karaktär) och eftersom ledningarna förbrukar reaktiv effekt kräver det totala systemet litet mer än 150 MVA. Därför kommer generatorn på buss 4 inte klara av det helt själv.
Svar: Nej, systemet uppfyller inte enkelfelskriteriet, eftersom systemet förbrukar litet mer än de 150 MVA som generatorn på buss 4 klarar av att leverera. (Den som svarar detta får också rätt).

Uppgift 6.
Givet: Bränslecellssystem med 350 seriekopplade celler, vardera med arean 400 cm^2.
Sökt: Ström, spänning och effekt.

Måste läsa av i diagrammet vilket kan ge litet olika värden.

a. Maximal spänning från stacken $U_{stack,max} = 350 \cdot 1.05 = 367.5$ V.

b. Stacken når sin maximala effekt $P_{cell,max} = 0.61$ W/cm^2 vid ca 1.35 A/cm^2 och cellens spänning är då 0.45 V. Stackens ström blir

$$I_{stack@P_{cell,max}} = 400 \cdot 1.35 = 540 \text{ A}$$

och spänning

$$U_{stack@P_{cell,max}} = 350 \cdot 0.45 = 157.5 \text{ V}.$$

Den maximala effekten blir

$$P_{stack,max} = 350 \cdot 400 \cdot P_{cell,max} = 85400 \text{ W}$$

eller

$$P_{stack,max} = 350 \cdot 400 \cdot I_{stack@P_{cell,max}} \cdot U_{stack@P_{cell,max}} = 85050 \text{ W}$$

beroende på vilka värden man väljer.

c. Maximal uteffekt på systemnivå per cell är ca $P_{sys,max} = 0.52$ [W/cm^2]. Detta ger den maximala uteffekten

$$P_{sys,max} = N \cdot A \cdot P_{sys,max} = 350 \cdot 400 \cdot 0.52 = 72800 \text{ W}$$