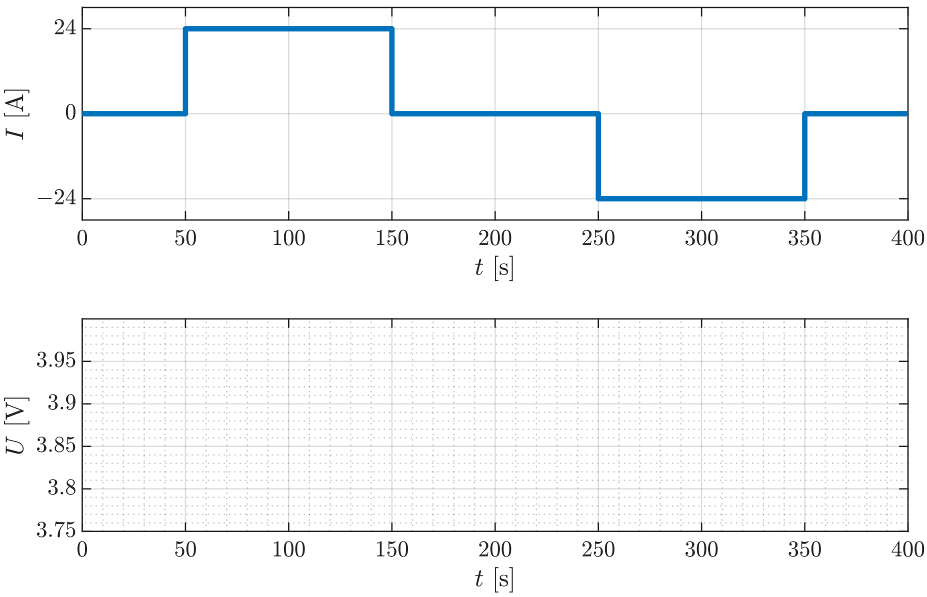
Kapitel 7

Lektion 7

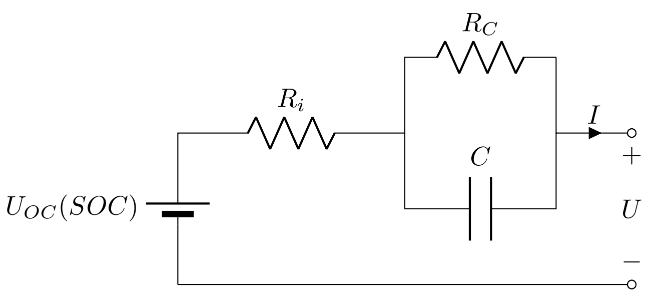
Övning 7.1.
Figur 7.1 visar strömmen $I(t)$ som en cell laddas ur och upp med ($I = 0$, $I = +24$, $I = -24$) A, strömmen följer generator konvention, vilket också ses i Figur 7.2. Vi antar att cellen kan modelleras med de fyra elementen som visas i Figur 7.2. Elementen har följande värden: cellens EMK U_{OC}=3.86 V (antas vara konstant), inre resistans R_i=1.5 mΩ, RC-kretsen har tidskontant τ=30 och $R_{DC} = R_i + R_C = 3.8$ mΩ.

a) Rita motsvarande polspänning $V(t)$ i Figur 7.1.

b) Givet tidskonstanten τ vad är C?



Figur 7.1: Figur till Övning 7.1.



Figur 7.2: Figur till Övning 7.1. Ekvivalent kretsmodell.

Lösning:
Det är generatorkonvention för ström på batteriet, så att när strömmen är positiv kommer spänningen på polerna att sjunka.

I kretsen finns tre element i serie (spänningkälla, inre resistans, RC krets), alla dessa får samma ström och kommer att bygga upp polspänningen genom Kirchoffs spänningslag.

1) Vi antar att spänningskällans spänning är konstant (det sker egentligen en liten förändring eftersom den laddas ur/in lite men den är knappt märkbar).

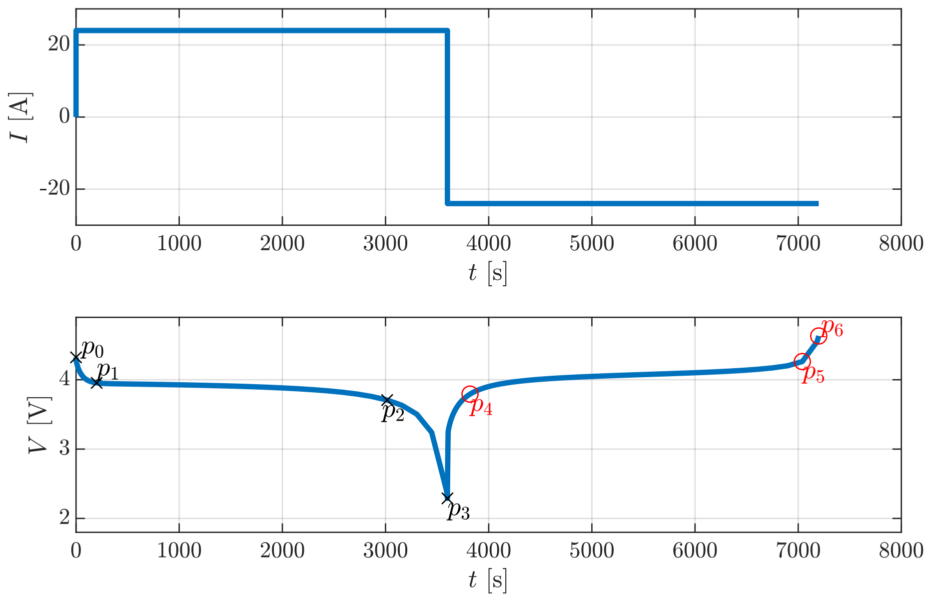
2) Spänningen över inre resistansen, R_i*, ändras direkt när strömmen ändras vilket ger ett skarpt steg med spänningsändringen* $\Delta U = R_i \cdot I$*.*

3) Kondensatorn är urladdad när pulstestet börjar, eftersom den laddas ur genom R_C när strömmen $I = 0$. Spänningen över kondensatorn är konstant, precis vid stegets början. Därefter kommer kondensatorn att börja laddas upp med en tidskonstant $\tau = R_C C$ och när kondensatorn är fullt uppladdad (vi har i princip DC) så kommer strömmen genom kretsen att ge en spänningsökning $I \cdot R_{DC} = I \cdot (R_i + R_C)$.

Tidskonstanten visar följande: τ sekunder efter steget har spänning nått 63% av avståndet mellan $U = R_i \cdot I$ och $U = R_{DC} \cdot I$

Se facit för hur kurvformen ser ut.

Övning 7.2.
I Figur 7.3 visas polspänningen och strömmen för en cell med Q = 24 Ah som laddats ur med 1 C konstant ström i en timme och sedan laddats med 1 C konstant ström i en timme. Beräkna effektiviteten av hela cykeln.



Figur 7.3: Figur till Övning 7.2. 1 C laddning i en timme och 1 C urladdning i 1 timme.

	p_0	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6
V [V]	4.32	3.95	3.71	2.29	3.79	4.26	4.63
t [s]	0	200	3016	3600	3819	7040	7199

Tabell 7.1: Värden för punkterna markerade i Figur 7.3.

Effektiviteten kan beräknas som

$$\eta = \frac{W_{ut}}{W_{in}} = \frac{\int_{t_0}^{t_{ut}} V(t)I(t)dt}{\int_{t_{ut}}^{t_{in}} V(t)I(tq)dt} = \frac{A_{ut}I}{A_{in}I},$$

där A_{ut} är arean under V vid urladdning och A_{in} är arean under V vid laddning. Areorna kan approximeras med hjälp av Trapetsmetoden dvs

$$A_{ut} = \sum_{k=0}^{2}\left(\frac{V_{p_k}+V_{p_{k+1}}}{2}\left(t_{p_{k+1}}-t_{p_k}\right)\right), \quad A_{in} = \sum_{k=3}^{5}\left(\frac{V_{p_k}+V_{p_{k+1}}}{2}\left(t_{p_{k+1}}-t_{p_k}\right)\right).$$

Lösning:

Olika alternativ för att lösa uppgiften med Matlab.
1) Beräknar en area i taget. 2) Använd en for-loop. 3) Använd cumtrapz.

```
%% ALT 1 ------------------------------------------
%---- Urladdning -----
vbatt_dis = [4.32, 3.95, 3.71, 2.29];
tdis_val = [0, 200, 3016, 3600];

Idis = 24;

% W_ut
Edis_p1 = sum(vbatt_dis(1:2)) / 2 *  diff(tdis_val(1:2)) * Idis;
Edis_p2 = sum(vbatt_dis(2:3)) / 2 *  diff(tdis_val(2:3)) * Idis;
Edis_p3 = sum(vbatt_dis(3:4)) / 2 *  diff(tdis_val(3:4)) * Idis;

Edis_J_total = (Edis_p1 + Edis_p2 + Edis_p3); % W_ut totalt [Ws]
Edis_total = (Edis_p1 + Edis_p2 + Edis_p3) / 3600; % W_ut totalt [Wh]

%---- Laddning -----
vbatt_crg = [2.29, 3.79, 4.26, 4.63];
tcrg_val = [3600, 3819, 7040, 7199];

Icrg = 24;

% W_in
Ecrg_p1 = sum(vbatt_crg(1:2)) / 2 *  diff(tcrg_val(1:2)) * Icrg;
Ecrg_p2 = sum(vbatt_crg(2:3)) / 2 *  diff(tcrg_val(2:3)) * Icrg;
```

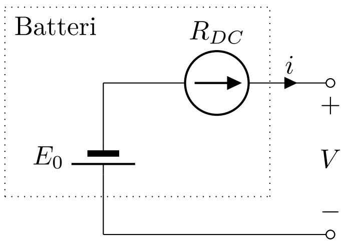
```
Ecrg_p3 = sum(vbatt_crg(3:4)) / 2 *  diff(tcrg_val
    (3:4)) * Icrg;

Ecrg_J_total = (Ecrg_p1 + Ecrg_p2 + Ecrg_p3); % Ws
Ecrg_total = Ecrg_J_total / 3600; % Wh

% Svar:
Edis_total
Ecrg_total
eta = Edis_total/Ecrg_total
% -------------------------------------------------
```

```
%% ALT 2 -----------------------------------------
vbatt = [4.32, 3.95, 3.71, 2.29, 3.79, 4.26, 4.63];
tval = [0, 200, 3016, 3600, 3819, 7040, 7199];
I = 24;

% W_ut
Edis_J_total = zeros(1,3);
for k=1:3
    Edis_J_total(k) = sum(vbatt(k:k+1)) / 2 *  diff(
    tval(k:k+1)) * I;
end
Edis_total = sum(Edis_J_total)/3600;

% W_in
Echa_J_total = zeros(1,3);
for k=4:6
    Echa_J_total(k) = sum(vbatt(k:k+1)) / 2 *  diff(
    tval(k:k+1)) * I;
end
Echa_total = sum(Echa_J_total)/3600;

% Svar:
Edis_total
Echa_total
eta = Edis_total/Echa_total
% -------------------------------------------------
```

```
%% ALT 3 -----------------------------------------
vbatt = [4.32, 3.95, 3.71, 2.29, 3.79, 4.26, 4.63];
tval = [0, 200, 3016, 3600, 3819, 7040, 7199];
I = 24;

discharge = 1:4;
charge = 4:7;

% W_ut
Edis_total = trapz(tval(discharge), I*vbatt(discharge)
    )/3600;
```

```
% W_in
Echa_total = trapz(tval(charge), I*vbatt(charge))
    /3600;

% Svar
Edis_total;
Echa_total;
eta = Edis_total/Echa_total;
% ---------------------------------------------
```

Övning 7.3.
En fulladdad cell med kapacitet Q = 24 Ah laddas ur med 1 C konstant ström och sedan laddas upp igen med 1 C konstant ström. Antag att cellen kan modelleras som en Thevenin-ekvivalent krets enligt Figur 7.4, dvs en spännningskälla i serie med en resistans R_{DC}=3.9 mΩ.



Figur 7.4: Figur till Övning 7.3. Ekvivalent kretsschema för Thevenin-ekvivalent batteri.

a) Med hur stor ström cyklas cellen?

b) Ställ upp ett uttryck för polspänningen V_{ut} om man laddar ur cellen.

c) Ställ upp ett uttryck för polspänningen V_{in} om man laddar upp cellen.

d) Om vi antar att cellens EMK är konstant E_0=3.65 V genom hela ur- och uppladdningscykeln så kan energin uttryckas som $W = VQ = VIt$ där I är ström och t tiden. Vad blir uttrycket för urladdnings- och uppladdning-energin för fallen ovan?

e) Beräkna verkningsgraden $\eta = \frac{W_{urladdning}}{W_{uppladdning}}$ och jämför med verkningsgraden från Övning 7.2.

f) Vad blir verkningsgraden om man istället cyklar cellen med 2 C konstant ström.

Lösning:

a)

$$I = Q \cdot Crate = 24\, A$$

b) Slinganalys $E_0 - IR_{DC} - V_{ut} = 0$ *ger*

$$V_{ut} = E_0 - IR_{DC}$$

c) Slinganalys $V_{in} - E_0 - IR_{DC} = 0$ *ger*

$$V_{in} = E_0 + IR_{DC}$$

d) Med $Q = It$ *fås:*

$$W_{ut} = V_{ut}Q = (E_0 - IR_{DC})It$$
$$W_{in} = V_{in}Q = (E_0 + IR_{DC})It$$

e)

$$\eta = \frac{E_0 - IR_{DC}}{E_0 + IR_{DC}} = \frac{3.65 - 24 \cdot 3.9 \cdot 10^{-3}}{3.65 + 24 \cdot 3.9 \cdot 10^{-3}} = 0.95$$

f)

$$\eta = \frac{(E_0 - 2IR_{DC})}{(E_0 + 2IR_{DC})} = \eta = 0.9024$$

Övning 7.4.
Ställ upp ett uttryck för hur många n seriekopplade celler med EMK E_0 och inre resistans R_{DC} som behövs för att få polspänningen U. Antag att cellerna kan modelleras som en spänningskälla i serie med en inre resistans.

Antag att man vill designa ett batteri till en dator som förbrukar 1.7 A vid 14 V. Hur många celler behövs om en cell har E = 1.1 V och R_{DC} = 0.1 Ω? Varför kan man inte beräkna det som n=U/E?

Lösning:
Se facit.

Övning 7.5.
Antag att två mätningar görs på ett batteri: en mätning där man mäter batteriets EMK E_0 = 1.4 och en mätning där man belastar batteriet med en resistor R_{last}=10 Ω och mäter strömmen I=123 mA genom resistorn.

a) Bestäm batteriets inre resistans R_{DC}.

b) Bestäm den maximala strömmen I_{max} man kan ta ut om batteriet kortsluts.

Lösning:

a) Kirchoffs spänningslag $E_0 - IR_{DC} - IR_{last} = 0$ *ger*

$$R_{DC} = \frac{E_0}{I} - R_{last} = 1.3821\,\Omega$$

b) Om batteriet kortsluts kan man tänka att $R_{last} = 0$ *och spänningslagen ger då* $E_0 - IR_{DC} = 0$.

$$I_{max} = \frac{E_0}{R_{DC}} = 1.0129, A$$