Kapitel 5

Lektion 5

Övning 5.1.
Beräkna en kabels resistans per km (Ω/km) från följande kabeldata: tvärsnittsarea $A = 90$ mm^2, resistiviteten för koppar $\rho = 1.72 \cdot 10^{-8}$ Ωm. Använd

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

till hjälp. Beräkna sedan vad resistansen för kabeln blir om längden är 40 km.

Lösning:
Konvertera arean till m^2:

$$90\, mm^2 = 90 \times 10^{-6}\, m^2 = 0.00009\, m^2.$$

För att ta fram resistansen per km, sätt $L = 1000\, m$ och sätt in i ekvationen:

$$R = \frac{1.72 \times 10^{-8} \times 1000}{0.00009}\, \Omega = \frac{1.72 \times 10^{-5}}{0.00009}\, \Omega = 0.1911\, \Omega$$

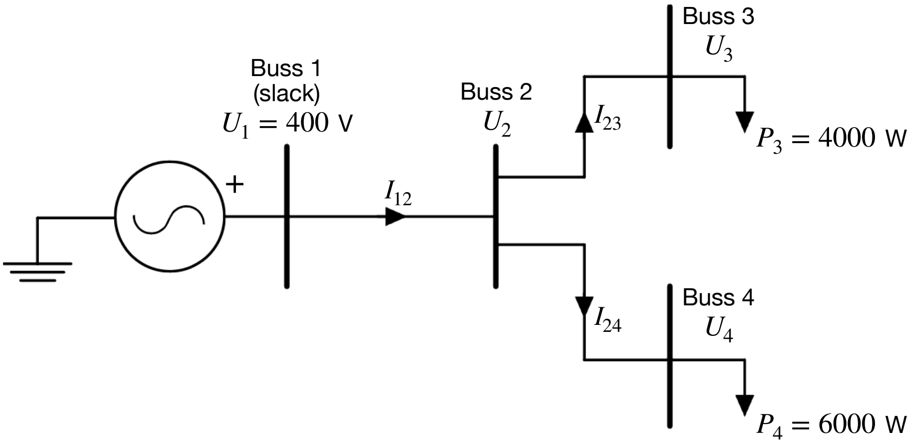
$R' = 0.1911\, \Omega/km.$

Resistansen för hela kabeln blir

$$R = R'l = R' \cdot 40 = 7.644\, \Omega$$

Övning 5.2.
Figur 5.1 visar ett enfaslineschema över ett distributionsnät bestående av 4 bussar, samankopplade med hjälp av tre ledningar med resistansen $R = 1[\Omega]$. Uppgiften är att bestämma effekten P_1 som måste produceras vid buss 1, samt spännigarna U_3 och U_4 vid buss 3 och 4. För att lösa detta behöver ett

ekvationssystem ställas upp och lössas, vilket kan bli svårbehandlat om antalet bussar i nätet är stort. I denna uppgift ska vi därför använda en alternativ lösningsmetod där en approximativ lösning tas fram iterativt.



Figur 5.1: Figur till Övning 5.2. Enlineschema.

Iterationerna startar, vid steg 1, genom att ansätta alla okända spänningar till spänningen vid slack-bussen, dvs $U_k = U_1$ för $k = 2, 3, 4$. Utifån dessa spänningar beräknas sedan strömmarna som krävs för att effekterna P_3 och P_4 ska bli korrekta (samt strömbalans vid buss 2), givet de ansatta spänningarna. På detta vis erhålls en uppsättning spänningar $\left(U_2^{(1)}, U_3^{(1)}, U_4^{(1)}\right)$ och strömmar $\left(I_{12}^{(1)}, I_{23}^{(1)}, I_{24}^{(1)}\right)$ som kan ses som en approximativ lösning av problemet. Lösningsmedodiken går nu ut på att iterativt förbättra denna lösning genom att vid varje iteration k utföra följande två steg:

Steg 1: Först används strömmarna från föregående iteration $(k-1)$ för att beräkna spänningsfallet ΔU_{12} i ledningen mellan buss 1 och 2, vilket sedan används för att uppdatera spänningen vid buss 2 enligt $U_2^{(k)} = U_1^{(k)} - \Delta U_{12}$. Övriga spänningar uppdateras sedan på motsvarande sätt vilket resulterar i en ny uppsättning spänningar $\left(U_2^{(k)}, U_3^{(k)}, U_4^{(k)}\right)$.

Steg 2: Efter att de nya spänningar bestämts beräknas sedan motsvarande strömmar för att erhålla de korrekta effekterna P_3 och P_4, på samma sätt som tidigare, vilket resulterar i en ny uppsättning strömmar $\left(I_{12}^{(k)}, I_{23}^{(k)}, I_{24}^{(k)}\right)$.

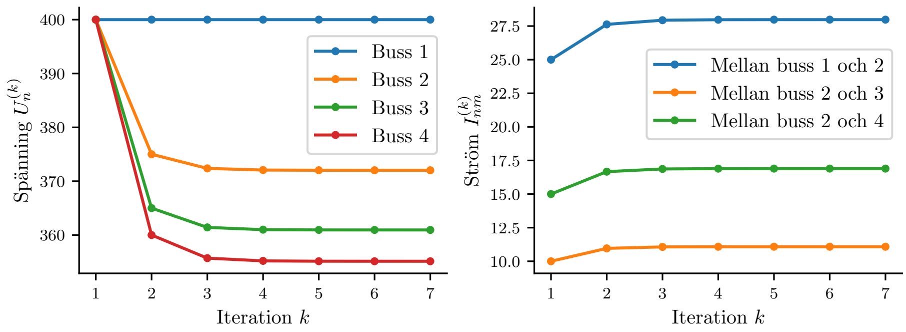
Efter att de två stegen utförts kan sedan en ny iteration startas eller så kan beräkningarna avbrytas, beroende på om noggrannhetenen i nuvarande lösning är tillräcklig.

Utför ett antal iterationer (åtminstonde två) av lösningsmetodiken och fyll i tabellen nedan. Hur kan man se om lösningen har konvergerat?

k	$U_1^{(k)}$	$U_2^{(k)}$	$U_3^{(k)}$	$U_4^{(k)}$	$I_{12}^{(k)}$	$I_{23}^{(k)}$	$I_{24}^{(k)}$	$P_1^{(k)}$
1								
2								
3								
4								
5								

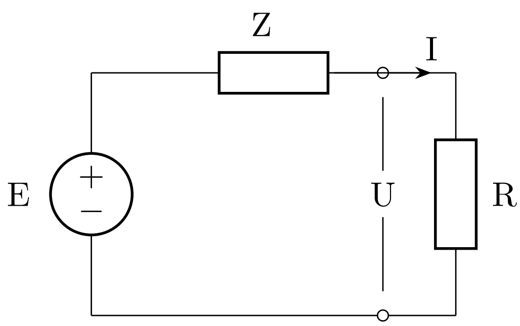
Lösning:
Se facit. Genom att jämföra värdena från två på varandra följande iterationer kan man se om lösningen konvergerat – om det är lite skillnad mellan dem så har lösningen konvergerat.

```
R = 1;
U1 = 400;
U2 = U1;
U3 = U1;
U4 = U1;

P3 = 4000;
P4 = 6000;

for j=1:7
    % Berakna I och P1
    I23 = P3/U3;
    I24 = P4/U4;
    I12 = I23+I24;
    P1 = I12*U1;

    % Berakna U
    dU12 = I12*R;
    U2 = U1 - dU12;
    dU23 = I23*R;
    U3 = U2 - dU23;
    dU4 = I24*R;
    U4 = U2 - dU4;
end
```



Figur 5.2: Spänningar och strömmar som funktion av iterations steg.

Övning 5.3.
En punkt i elnätet kan modelleras som en Thevenin-ekvivalent krets med en källa E i serie med en impedans Z, se Figur 5.3. För tranfsformatorer och högspänningsledningar domineras serieimpedansen Z av reaktans, vilket är bättre än resistans; visa att så är fallet genom att visa att spänningen U över en resistiv last R är lägre om impedansen i nätet är resistiv med $Z = R$ än om den är lika stor och reaktiv med $X = R$.



Figur 5.3: Figur till Övning 5.2.

Lösning:
Fallet då Z är resistiv, $Z = R$:

$$Z = R$$
$$\text{(KSL:) } E - RI - RI = 0 \leftrightarrow \quad I = \frac{E}{2R}$$
$$U = RI = R\frac{E}{2R} = \frac{E}{2}$$

Fallet då Z är reaktiv, X = R:

$$
\begin{aligned}
Z &= jX = jR \\
\text{(KSL:) } E - jRI - RI = 0 \leftrightarrow \quad I &= \frac{E}{|jR + R|} \\
U = RI = R\frac{E}{|jR + R|} &= \frac{E}{\sqrt{2}}
\end{aligned}
$$

Spänningen över en resistiv impedans är lägre än för en lika stor reaktiv impedans: $\frac{E}{\sqrt{2}} > \frac{E}{2}$

Övning 5.4.
En 25 m lång kabel, bestående av två ledare med samma tvärsnittsarea, kopplar en resistiv last till ett enfasuttag. I denna uppgift ska vi undersöka hur kabelns tvärsnittsarea samt material påverkar dess egenskaper. Tabellen direkt nedanför innehåller materialegenskaper för koppar samt aluminium, och uppgiften är att fylla i de saknade uppgifterna i tabellen längre ned.

Material	Resistivitet [nΩ]	Densitet [kg/m^3]
Koppar	16.7	8960
Aluminium	26.5	2700

a) Beräkna kabelns resistans för de olika specifikationerna i tabellen. Använd formeln

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

där ρ är materialets resistivitet, L är kabelns längd, samt A dess tvärsnittsarea.

b) Hitta ett uttryck för hur spänningsfallet, med avseende på spänningen mellan kabelns ledare, beror på resistansen R i en av kabelns ledare, samt strömmen I genom kabeln. Här är det viktigt att tänka på att kabeln består av två stycken ledare, en som kopplar lasten till en fas, samt en returkabeln som kopplar lasten till nollan. Beräkna även spänningsfallet för de olika specifikationerna och fyll i tabellen.

c) Beräkna kabelns vikt för de olika specifikationerna.

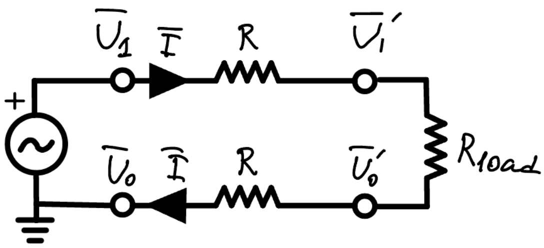
Material	Area [mm^2]	Ström [A]	Resistans [Ω]	Spänningsfall [V]	Vikt [kg]
Koppar	1.5	10			
Koppar	2.5	10			
Aluminium	1.5	10			
Aluminium	2.5	10			

Lösning:
Det viktigaste i denna uppgift är att inse att resistansen i kabeln måste tas till hänsyn två gånger eftersom strömmen går igenom både genom fasledningen och returledningen, detta illusteras i Figur 5.4.

Eftersom kretsen är enfas samt rent resistiv kan beräkningarna göras med reellvärda storheter. Vid eluttaget är terminalernas spänningar fasspänningen U_1 och nollspänningen $U_0 = 0$, och spänningen mellan terminalrena blir $U_{10} = U_1$. På lastsidan fås däremot $U_1' = U_1 - IR$ samt $U_0' = 0 + IR$, och spänningen mellan terminalerna blir $U_{10}' = U_1 - 2IR$. Spänningsfalet blir därmed $\Delta U = U_{10} - U_{10}' = 2IR$.

Beräkningarna för först raden:

```
L = 25;
A = 1.5*10^(-3)^2;
I = 10;
rho = 16.7*10^(-9);
densitet = 8960 ;

R = rho*L/A
dU = 2*R*I
vikt = densitet*A*L
```



Figur 5.4: Figur till facit för Övning 5.4.

Övning 5.5.
I Övning 5.4 undersöktes spänningsfallet för en enfaskabel; i denna uppgift ska vi istället undersöka spänningsfallet för en kabel bestående av tre likadana ledare som kopplar en balanserad, resistiv last till ett trefasuttag. Hitta ett uttryck för spänningsfallet beroende på beloppet på linjeströmmarna, I, samt resistansen R i en ledning, både i termer av spänningsfall i fasspänning och i huvudspänning.

Lösning:
Scenariot kan modelleras som kretsen i Figur 5.5. Eftersom systemet är symetriskt belastat ligger linjeströmmarna i fas med respektive fasspänning och kan skrivas med hjälp av riktningen $\frac{\bar{U}_k}{U_k}$ på $\bar{U}_k$ som $\bar{I}_k = \frac{\bar{U}_k}{U_k} I$, och fasspänningen på lastsidan blir

$$\bar{U}_k' = \bar{U}_k - \bar{I}_k R = \bar{U}_k \left(1 - \frac{RI}{U_k}\right).$$

Spänningsfallet i fasspänning blir därmed

$$\Delta U_F = \left|\bar{U}_k - \bar{U}_k'\right| = \left|\frac{RI\bar{U}_k}{U_k}\right| = RI.$$

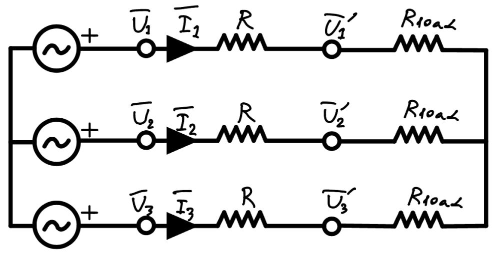
Notera att vi här inte tar hänsyn till resistans i nolledaren, eftersom ingen ström går genom den. (I ett balanserat trefassystem, där belastningen är jämnt fördelad över de tre faserna, kommer summan av strömmarna i fasledarna att vara noll.)

Utifrån förhållandet $\sqrt{3}$ mellan fas- och huvudspänning blir spänningsfallet i huvudspänning $\sqrt{3}RI$, notera att $\sqrt{3}$ kommer av att I är en linjeström. Alternativt kan det beräknas för, exempelvis, mellan fas 1 och 2 med hjälp av

$$\bar{U}_{12}' = \bar{U}_1' - \bar{U}_2' = \bar{U}_1\left(1 - \frac{RI}{U_1}\right) - \bar{U}_2\left(1 - \frac{RI}{U_2}\right) = (\bar{U}_1 - \bar{U}_2)\left(1 - \frac{RI}{U_F}\right) = \bar{U}_{12}\left(1 - \frac{RI}{U_F}\right)$$

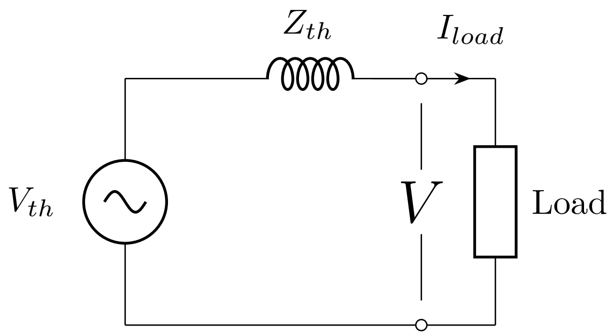
som

$$\Delta U_H = \left|\bar{U}_{12} - \bar{U}_{12}'\right| = \left|\frac{RI\bar{U}_{12}}{U_{fas}}\right| = \frac{U_{12}}{U_{fas}} RI = \sqrt{3}RI.$$



Figur 5.5: Figur till facit för Övning 5.5.

Övning 5.6. En gård matas från en 10 kV buss genom en luftledning och en trefas-transformator. Den elektriska belastningen på gården består av hushållsapparater och två pumpar som drivs av induktionsmotorer. Vid 400 V drar denna belastning en ström på 303 A med en effektfaktor på 1.0, dvs gården är faskompenserad. Strömmen är konstant och oberoende av spänningen. I Figur 5.6 visas det per enhet Thevenin-ekvivalenta systemet för en fas. Ta fram spänningen över lasten i både per enhet och i V. Använd följande värden: $V_{th} = 1$ pu, $Z_{th} = j0.1525$ pu. Börja med att först ange stömmen genom lasten i per enhet om $Z_{base,2} = 0.64\ \Omega$.



Figur 5.6: Thevenin-ekvivalent till Övning 5.6

Lösning:
1) Beräkning av strömmen i basen: Först beräknar vi basströmmen I_{base} i zon 2 (dvs. efter trefas-transformatorn. Zon 1 är innan trefas-transformatorn):

$$I_{base} = \frac{V_{base,2}/\sqrt{3}}{Z_{base,2}} = \frac{400/\sqrt{3}}{0.64} = 360.8\,A$$

Belastningsströmmen i per unit är:

$$I_{load,\ pu} = \frac{I_{load}}{I_{base}} = \frac{303}{360.8} = 0.8397\,pu$$

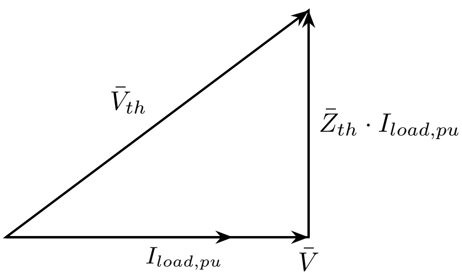
2) Användning av Kirchhoffs spänningslag: Med $\bar{V}_{th}$, $\bar{Z}_{th}$ och $\bar{I}_{load,\ pu}$, kan vi använda KSL för att beräkna spänningen över lasten:

$$\bar{V}_{th} - \bar{Z}_{th} I_{load,\ pu} - \bar{V} = 0$$

Omarrangerat får vi:

$$\bar{V}_{th} = \bar{V} + \bar{Z}_{th} I_{load,\ pu}$$

Det är givet att gården är faskompenserad med effektfaktor 1, dvs. $\cos\varphi = 1 \Leftrightarrow \varphi = 0$, *vilket innebär att vinkeln mellan ström och spänning är 0 och lasten är rent resistiv. Och eftersom $\bar{Z}_{th}$ är rent imaginär kan uttrycket ovan ses som en rätvinklig triangel med hypotenusan V_{th} och katet V (liggande) och $Z_{th}I_{load,pu}$ (stående).*



Använd Pythagoras sats för att beräkna V:

$$V_{th}^2 = V^2 + \left(Im(Z_{th}) I_{load,\ pu}\right)^2$$

$$V = \sqrt{V_{th}^2 - \left(Im(Z_{th}) I_{load,\ pu}\right)^2}$$

Sätt in värdena:

$$V = \sqrt{1^2 - (0.1525 \times 0.8397)^2} \approx 0.9918\,pu$$

3) Omvandling till volt: För att omvandla tillbaka till volt använder vi basspänningen $V_{base,2} = 400/\sqrt{3}$ V:

$$V = 0.9918 \times 400/\sqrt{3} \approx 229\ V$$

Alltså är spänningen över lasten $V \approx 229$ V.