

---

---

## Kapitel 4

# Lektion 4

---

---

### Övning 4.1.

En 350 km lång, 500 kV, 50 Hz, trefas okompenserad ledning har en serie reaktans  $x = 0.34 \Omega/km$  och en shunt admittans  $y = j4.5 \cdot 10^{-6} S/km$ . Försumma förlusterna och beräkna:

- a) den karaktäristiska impedansen (Surge Impedance)  $Z_c$
- b) utberedningskonstanten  $\gamma$
- c) våglängden  $\lambda$  för ledningen
- d) SIL i MW

### Övning 4.2.

För en 300 km lång, trefas 765 kV ledningen, ta fram uttrycket för effekt. Antag  $Z_c = 266.1 \Omega$ , våglängd på 5000 km,  $V_{Sp.u.} = V_{Rp.u.} = 1$ , och använd uttrycket för effekt som använder SIL. Beräkna sedan den så kallade stadiga stabilitetsgränsen som fås för det  $\delta$  som ger maximal effektöverföring.

**Övning 4.3.** En trefas, 50 Hz, 500 MVA, 15 kV, vattenkraftsgenerator har en H-konstant på 2.0 per enhet-sekunder.

- a) Bestäm den elektriska vinkelhastigheten  $\omega_e$ .
- b) Sätt upp svängningsekvationen för systemet.

Systemet är initial i drift  $P_{mpu} = P_{epu} = 1.0$ ,  $\omega = \omega_e$ , och  $\delta = 10^\circ$  när kortslutning till jord vid generatorns terminaler orsakar att  $P_{epu}$  sjunker till 0 för  $t \geq 0$ . Antag att  $P_{mpu}$  hålls konstant 1.0 p.u. i svängningsekvationen. Bestäm effektvinkeln 3 cykler efter kortslutningen genom att följa stegen nedan.

- c) Vad är effektvinkeln vid  $t=0$  given i radianer?

- d) Ställ upp svängningsekvationen för  $t \geq 0$ , dvs från och med efter kortslutningen.
- e) Integrera svängningsekvationen tills ett uttryck för  $\delta(t)$  fås. Effektivinkeln är konstant, dvs  $\frac{d\delta(0)}{dt} = 0$  vid tiden 0 och det andra begynnelsevillkoret fås från c).
- f) Hur lång tid motsvarar 3 cykler? Använd det i uttrycket från e) för att ta reda på vad effektivinkeln blev efter 3 cykler.

#### Övning 4.4.

En synkrongenerator är initialt i drift i det stabila tillståndet med  $\delta_0 = 23.95^\circ$  och  $p_{mpu} = 1$  när en tillfällig kortslutning till jord sker. Se Figur 4.1. Tre cykler senare släcks felet av sig självt. På grund av ett reläfel förblir alla kretsbrytare stängda. Avgör om stabiliteten bibehålls eller inte och bestäm den maximala effektivinkeln. Tröghetskonstanten för generatornheten  $H=3.0$  per enhet-sekunder på systembasen. Antag att  $p_{mpu}$  förblir konstant under störningen. Antag också att  $\omega_{pu}(t) = 1.0$  i svängningsekvationen.  $p_{epu} = p_{max} \sin(\delta) = 2.4628 \sin(\delta)$  per enhet.

- a) Börja med att sätta upp svängningsekvationen och integrera den för att få fram ett uttryck för  $\delta(t)$ . Bestäm  $\delta_1$ , det vill säga vad blir effektivinkeln efter 3 cykler?
- b) Bestäm accelerationsarean  $AA=A_1$ . Se Figur 4.1.
- c) Bestäm  $\delta_2$  med hjälp av "equal-area"-kriteriet. Testa med  $\delta_2 = 40.23, 42.87, 41.86$  grader.
- d) Förklara varför stabiliteten bibehålls eller inte.

#### Övning 4.5.

I Figur 4.2 visas den lagrade energin i det nordiska elnätet under oktober månad 2023. Som man kan se så varierar energin mellan ungefär 170 GWs och 250 GWs och i denna uppgift ska vi undersöka hur nätets stabilitet påverkas av nivån på den lagrade energin.

- a) Under normala förhållanden så roterar alla massor i elnätet med, eller nära, basfrekvensen  $\omega_s = 2\pi f_s = 2\pi 50$  Hz, och den totala energin kan skrivas

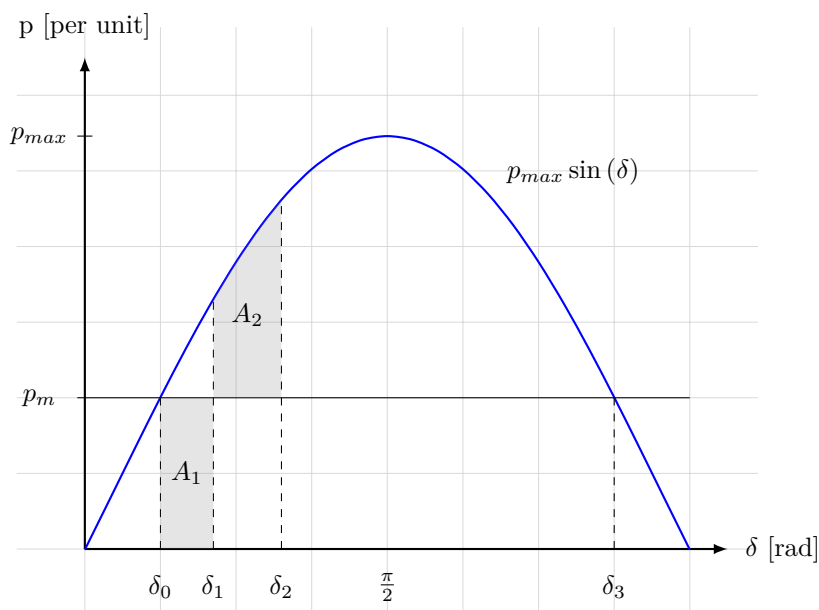
$$W_{tot} = \sum_k \frac{1}{2} J_{tot} \omega_s^2 \quad (4.1)$$

Antag att vid ett visst tillfälle så är  $W_{tot} = 200$  GW och nätet roterar med basfrekvensen 50 Hz. Vad skulle den totala energin bli om nätet istället roterade med de två gränsvärdena 49.9 Hz samt 50.1 Hz, givet att  $J_{tot}$  är konstant? Hur stor del av variationerna i total energi under oktober månad skulle kunna förklaras av variationer i nätets frekvens?

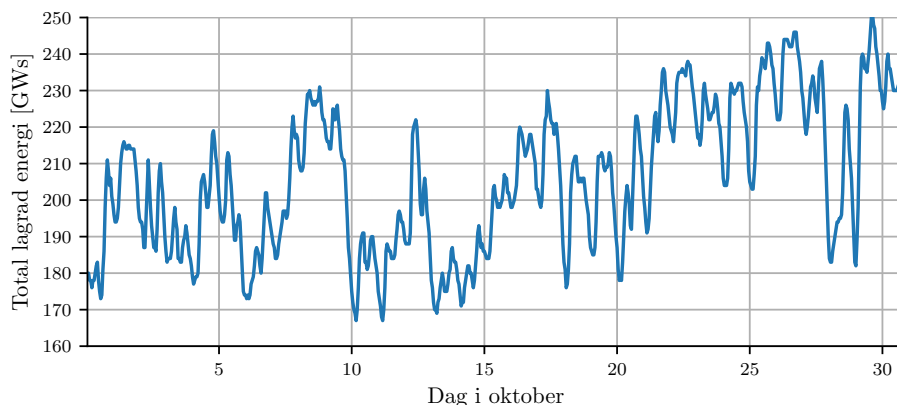
- b) Vi ska nu titta på ett betydligt kortare tidsintervall, under vilket effektbalansen

$$\frac{dW_{tot}}{dt} = P_{m,tot} - P_{e,tot}$$

<sup>1</sup><https://www.fingrid.fi/en/electricity-market-information/InertiaofNordicpowersystem/>



Figur 4.1: Figur till Övning 4.4.

Figur 4.2: Figur till Övning 4.5. Lagrad energi i det nordiska elnätet under oktober månad 2023. Datan är hämtad från finlands stamnätsbolag Fingrid.<sup>1</sup>

råder, där  $P_{m,tot}$  den totala mekaniska effekten som driver varje synkronmaskin, och  $P_{e,tot}$  är den totala konsumerade elektriska effekten. Antag att  $P_{e,tot}$  är konstant under hela förloppet och att det initialt råder balans så att  $P_{m,tot} - P_{e,tot} = 0$ , men att vid en viss tidpunkt så kopplas ett kärnkraftverk bort så att  $P_{m,tot}$  minskar med effekten  $P_{plant} = 2$  GW som kärnkraftverket producerar. Övriga effekter antas inte påverkas utan hålls konstanta (ingen reglering för att stabilisera nätet). Hitta ett uttryck för hur  $W_{tot}$  förändras efter det att kärnkraftverket kopplas bort, som funktion av tiden  $t$  från att det kopplades bort samt initiala energin  $W_{tot}^0$  ( $W_{tot}(t=0) = W_{tot}^0$ ).

- c) Använd uttrycket från b) för att bestämma hur lång tid det skulle ta innan frekvensen går utanför gränsvärdena i a) givet att den initiala lagrade energin är 170 GW och 250 GW (två separata beräkningar). Antag att  $J_{tot}$  konstant (men olika i de två fallen) så att (4.1) kan användas. Ett tips är att först beräkna hur mycket  $W_{tot}$  får förändras innan begränsningarna nås.
- d) I c) antog vi att  $J_{tot}$  var konstant under hela förloppet, vilket inte är helt rimligt då  $J_{tot}$  måste minska när kärnkraftverk kopplas bort. Vi ska nu undersöka hur stor inverkan på resultatet detta har genom att titta på hur mycket energi kärnkraftverk bidrar med. Den totala lagrade energin kan skrivas som en summa av bidraget från varje enskild roterande massa  $J_k$  i nätet som

$$W_{tot} = \sum_k \frac{1}{2} J_k \omega_s^2. \quad (4.2)$$

och vi antar att kärnkraftverk har tröghetskonstanten

$$H = \frac{1}{2} \frac{J_{plant} \omega_s^2}{S_{base}} = 5 \text{ s}$$

samt märkeffekten  $S_{base} = 3 \text{ GW}$ . Beräkna kärnkraftverkets bidrag till den totala lagrade energin samt hur stor andel av den totala det motsvarar i datan från oktober månad. Borde vi ha tagit hänsyn till kärnkraftverkets bidrag i c)?

---

---

Kapitel 4  
**Lektion 4**

---

---

**Övning 4.1.**

- a)  $Z_c = 274.9 \Omega$
- b)  $\gamma = 0.0012i$
- c)  $\lambda = 5079.7 \text{ m}$
- d)  $SIL = 909.5 \text{ MW}$

**Övning 4.2.**

$$P = V_{spu} V_{rpu} SIL \sin(\delta) / (\sin(2\pi l / \lambda))$$

Vid  $\delta = 90^\circ$  fås  $P_{max} = 5974 \text{ MW}$

**Övning 4.3.**

- a)  $\omega_e = 314.2 \text{ rad/s}$
- b)  $\frac{4}{\omega_{e,s}} \frac{d^2 \delta_e}{dt^2} = P_{mpu} - P_{epu}$   
(svängningekvationen  $\frac{2H}{\omega_{e,s}} \frac{d\omega_e}{dt} = P_{mpu} - P_{epu}$  men med  $\frac{d\delta}{dt} = \omega$ )
- c)  $\delta(0) = 0.1745 \text{ rad}$
- d)  $\frac{4}{2\pi f} \frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = 1, t \geq 0$
- e)  $\delta(t) = \frac{2\pi f}{8} t^2 + \delta(0)$
- f)  $t=0.06 \text{ s}$   
 $\delta(t) = 18.1^\circ$

**Övning 4.4.**

- a)  $\delta_1 = 0.5123$  rad
- b)  $AA=0.0942$
- c)  $\delta_2 = 41.8618^\circ$
- d) Stabiliteten bibehålls eftersom  $\delta_2$  inte överskrider  $\delta_3 = 180 - \delta_0 = 156.05^\circ$

**Övning 4.5.**

a)

$$W_{tot}(49.9Hz) = W_{tot}(\omega_s) \frac{49.9^2}{50^2} = 199.20$$

$$W_{tot}(50.1Hz) = W_{tot}(\omega_s) \frac{50.1^2}{50^2} = 200.80$$

b)

$$W_{tot}(t) = W_{tot}^0 - tS_{plant}$$

c)

$$t = 0.34 \text{ s, } W_{tot}^0 = 170 \text{ GWs}$$

$$t = 0.50 \text{ s, } W_{tot}^0 = 250 \text{ GWs}$$

d)

$$\frac{1}{2} J_{plant} \omega_s^2 = 15 \text{ GWs}$$

Kärnkraftverk står för mellan  $\frac{15}{170} \approx 8\%$  och  $\frac{15}{250} = 6\%$ .  
Förloppet går 6-8% snabbare än beräkningarna i c).