Kapitel 2

# Lektion 2

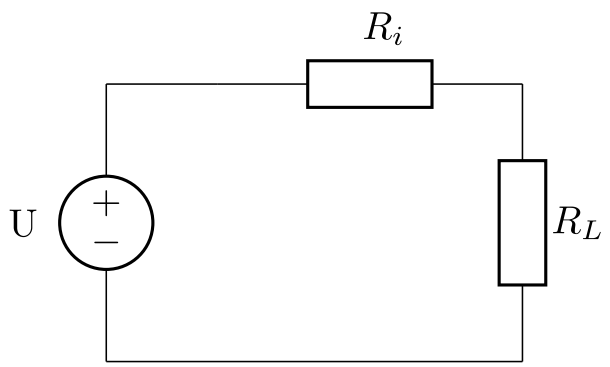
**Övning 2.1**.
Betrakta kretsen i Figur 2.1. (Antag att kretsen är ett DC-system eller att $\cos\varphi = 1$.)

a) Bestäm $R_L$ för att effekten $P_L$ ska bli maximal.

b) Visa att effektiviteten ökar med $R_L$ och att den är 0 när $R_L = 0$.

c) Bestäm effektiviteten vid maximal effekt.

d) Var tar effekten som inte gör nytta vägen?




Figur 2.1: Figur till Övning 2.1.

**Lösning**:

20

*a)*

$$P = RI^2, \quad U = (R_i + R_L)I \quad \Rightarrow \quad P_L = R_L \left( \frac{U}{R_i + R_L} \right)^2$$

$$\text{För } R_L = 0 \quad \Rightarrow \textit{ Kortslutning,} \quad P_L = 0$$

$$\text{För } R_L \to \infty \quad \Rightarrow \quad I = 0, \qquad P_L = 0$$

$$\frac{dP_L}{dR_L} = \left/ \frac{d}{dx}\frac{g(x)}{h(x)} = \frac{g(x)'h(x) - g(x)h'(x)}{h(x)^2} \right/$$

$$= \frac{U^2(R_i + R_L) - R_L U^2 2}{(R_i + R_L)^3}$$

$$= \frac{U^2(R_i - R_L)}{(R_i + R_L)^3}$$

*Max fås när:* $\frac{dP}{dR_L} = 0$ *dvs när* $R_L = R_i$

*Dubbekolla maxpunkten mha andraderivatan:*

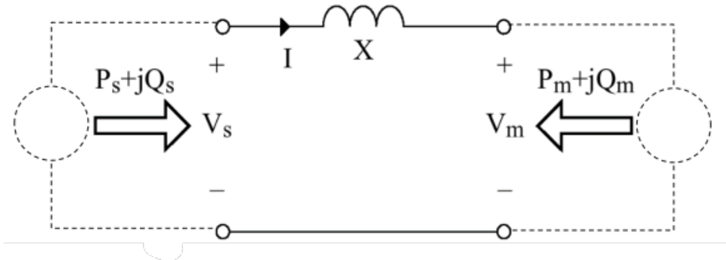
$$\frac{-2U^2\,(2R_i - R_L)}{(R_L + R_i)^4}$$

*b)* $\eta = \frac{P_L}{P_U} = \frac{R_L I^2}{(R_i + R_L)I^2} = \frac{R_L}{(R_i + R_L)}$

*c) Maximal effekt fås när* $R_L = R_i$. *Sätt in det i uttrycket för effektivitet.*
$\eta = \frac{R_i}{R_i + R_i} = 0.5$

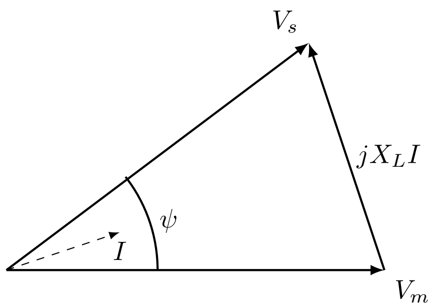
**Övning 2.2**.
Antag att spänningen hos sändaren respektive mottagaren, $|V_s|$ och $|V_m|$ (se Figur 2.2), samt vinkeln mellan dem, $\psi$, är kända. Ta fram uttrycken för den skenbara, reaktiva och aktiva effekten hos sändaren och mottagaren.

Kan det föras över effekt utan någon spänningsskillnad?




Figur 2.2: Figur till Övning 2.2.

**Lösning**:




$$\bar{V}_s = \bar{V}_m + jX_L\bar{I}$$
$$\Rightarrow \bar{I} = \frac{\bar{V}_s - \bar{V}_m}{jX_L}$$

*(För en fas, om $V_s$ är fasspänning)*

*Om antar att $V_s$ är huvudspänning:*

$$\begin{aligned}
\bar{S}_s &= 3\frac{\bar{V}_s}{\sqrt{3}}\bar{I}^* = 3\frac{\bar{V}_s}{\sqrt{3}}\left(\frac{\bar{V}_s - \bar{V}_m}{\sqrt{3}jX_L}\right)^* = \Big/ \left(\frac{1}{j}\right)^* = (-j)^* = j \Big/ \\
&= j3\frac{\bar{V}_s}{\sqrt{3}}\left(\frac{\bar{V}_s^* - \bar{V}_m^*}{\sqrt{3}X_L}\right) = /\bar{V}\bar{V}^* = |\bar{V}|^2 = V^2/ = j\frac{V_s^2}{X_L} - j\frac{\bar{V}_s\bar{V}_m^*}{X_L} \\
&= /\bar{V}_s = V_s(\cos\psi + j\sin\psi), \quad \bar{V}_m^* = V_m/ \\
&= j\frac{V_s^2}{X_L} - j\frac{V_sV_m}{X_L}(\cos\psi + j\sin\psi) \\
&= j\frac{V_s^2}{X_L} - \frac{V_sV_m}{X_L}\left(j\cos\psi - \sin\psi\right)
\end{aligned}$$

*Aktiv och reaktiv effekt:*

$$\bar{S}_s = P_s + jQ_s$$
$$\mathbf{P_s} = \frac{V_s V_m}{X_L} \sin\psi$$
$$\mathbf{Q_s} = \frac{V_s^2}{X_L} - \frac{V_s V_m}{X_L} \cos\psi$$

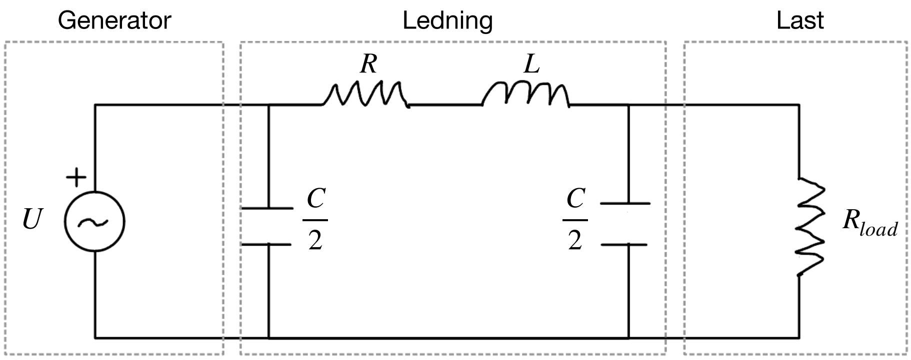
*För att beräkna den skenbara effekten på mottagarens sidan ändrar vi definitionen av positiv strömriktning så att den stämmer överens med figuren och sedan följer vi stegen som ovan:*

$$\bar{S}_m = 3\frac{\bar{V}_m}{\sqrt{3}} \left( \frac{\bar{V}_m - \bar{V}_s}{\sqrt{3} j X_L} \right)^* = j\frac{V_m^2}{X_L} - \frac{V_s V_m}{X_L} (j\cos\psi + \sin\psi)$$
$$\bar{S}_m = P_m + jQ_m$$
$$\mathbf{P_m} = -\frac{V_s V_m \sin\psi}{X_L}$$
$$\mathbf{Q_m} = \frac{V_m^2}{X_L} - \frac{V_s V_m \cos\psi}{X_L}$$

**Övning 2.3**.
Figur 2.3 visar en modell av ett transmissionssystem. Generatorsidan beskrivs här av en spänning $U$ samt lastsidan beskrivs av en resistiv last $R_{load}$. I denna uppgift ska vi studera fallet då systemet är obelastad, det vill säga avbrott vid $R_{load}$.

a) Rita kretsen för det obelastade fallet och med komplexa impedanser. Översätt parametervärdena i Tabell 2.1 till motsvarande impedanser för en kabellängd på 254 km (länden på den så kallade Polenkabeln mellan Sverige och Polen).

b) Beräkna producerad aktiv och reaktiv effekt för de tre transmissionstyperna i fallet när systemet är obelastat och för parametervärdena från a).




Figur 2.3: Kretsschema över överföringsmodell till Övning 2.3.

Tabell 2.1: Parametervärden för modellen i Figur 2.3.

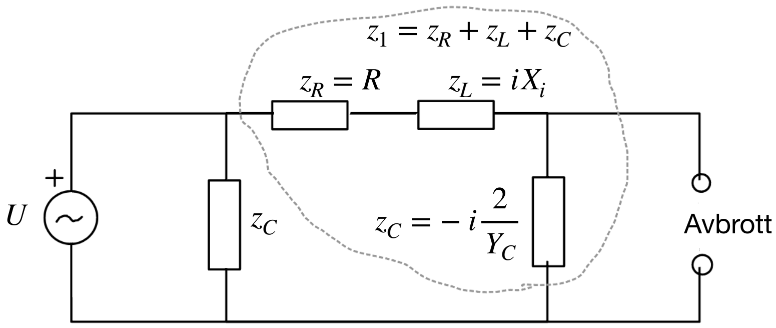
| | AC Kabel | AC Ledning | HVDC Kabel |
|---|---|---|---|
| $R'$ [$\Omega$/km ] | 0.013 | 0.028 | 0.028 |
| $X'_L = \omega L'$ [$\Omega$/km ] | 0.205 | 0.271 | - |
| $Y'_C = \omega C'$ [$\mu$S/km ] | 80.4 | 4.33 | - |
| $U$ [kV] | 400 | 400 | 400 |

**Lösning**:
$Z_R = 254R^{'}$
$Z_C = \frac{1}{\frac{254jY^{'}_C}{2}}$ *(Enligt Figur 2.3 delas kapacitansen upp på två kondensatorer.)*
$Z_L = 254jX^{'}_L$

*Se tabell och krets i facit. För att beräkna $Z_{tot}$, tänk att $Z_C$ är parallell med $Z_R + Z_L + Z_C$ enligt Figur 2.4.*

*Bestäm P och Q från $\bar{S}$; $\bar{S} = \bar{U}\bar{I}^* = \bar{U}(\bar{U}/\bar{Z})^* = U^2/\bar{Z}^*$. Observera att Q blir negativ och stämmer överrens med Figur 2.5 (när $R_{load} = 10^5$ i figuren).*

$$z_{tot} = \frac{z_C z_1}{z_C + z_1} = \frac{z_C(z_R + z_L + z_C)}{z_C + z_1}$$




Figur 2.4: Lösning till Övning 2.3

```
len = 254;
U = 400000;

% AC ledning
Rprim = 0.028;
XLprim = 0.271;
YCprim = 4.33*10^(-6);

ZR = len*Rprim
```

```
    % Output: ZR = 7.1120
    ZL = len*1i*XLprim
    % Output: ZL = 0.0000 +68.8340i
    ZC = 1/(len*1i*YCprim/2)
    % Output: ZC = 0.0000e+00 - 1.8185e+03i
    Ztot = ZC*(ZR + ZL + ZC)/(ZC + ZR + ZL + ZC)
    % Output: Ztot = 1.8473e+00 - 8.9170e+02i
    S = U^2/conj(Ztot)
    % Output: S = 3.7171e+05 - 1.7943e+08i

    % AC Kabel
    Rprim = 0.013;
    XLprim = 0.205;
    YCprim = 80.4*10^(-6);

    ZR = len*Rprim
    % Output: ZR = 3.3020
    ZL = len*1i*XLprim
    % Output: ZL = 0.0000 +52.0700i
    ZC = 1/(len*1i*YCprim/2)
    % Output: ZC = 0.0000 -97.9355i
    Ztot = ZC*(ZR + ZL + ZC)/(ZC + ZR + ZL + ZC)
    % Output: Ztot = 1.5308 -31.2718i
    S = U^2/conj(Ztot)
    % Output: S = 2.4985e+08 - 5.1042e+09i

    % HVDC Kabel
    Rprim = 0.028;
    XLprim = 0;
    YCprim = 0;

    ZR = len*Rprim
    % Output: ZR = 7.1120
    ZL = len*1i*XLprim
    % Output: ZL = 0
    ZC = 1/(len*1i*YCprim/2)
    % Output: ZC = Inf
    %Ztot = ZC*(ZR + ZL + ZC)/(ZC + ZR + ZL + ZC)
    % Output: Ztot = NaN
    %S = U^2/conj(Ztot)
    % Output: S = NaN
```

**Övning 2.4**.
Figur 2.5 visar data från simuleringar av modellen i Figur 2.3 för varierande last $R_{load}$ och för de tre transmissionstyperna: nedgrävd AC kabel, luftburen AC ledning, samt nedgrävd HVDC kabel. Figuren saknar därmot en del information och uppgiften är att fylla i detta. Till hjälp finns deluppgiterna nedan, vilka inte nödvändigtvis behöver lösas i ording utan det kan vara värt att fundera

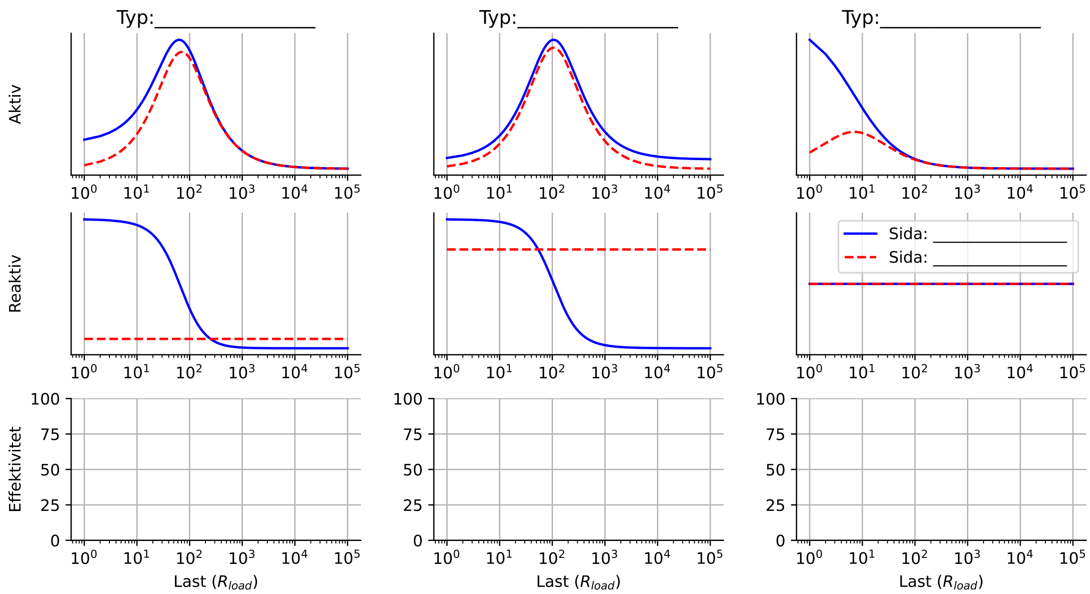
över vilken ordning som är lämplig.

a) Markera nollnivån i graferna där den saknas.

b) I repspektive graf hör den blå linjen till antingen producerad eller konsumerad effekt, och den röda streckade linjen hör till den andra; markera i figuren vilken linje som hör till vilken.

c) Varje kolumn hör till en överföringstyp; markera vilken kolumn som hör till vilken.

d) Skissa effektiviteten för respektive överföringstyp.




Figur 2.5: Figur till Övning 2.4.

**Lösning**:
*Se facit.*

**Övning 2.5**.
En transformator med 15 kVA och en spänning på 120:460 V har en ekvivalent serieimpedans på 0.018 + j0.042 per enhet. Beräkna den ekvivalenta serieimpedansen i ohm

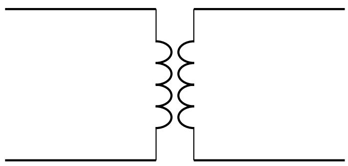
a) refererad till lågspänningsidan

b) refererad till högspänningsidan.

**Lösning**:

$$S_{base} = 15\,kVA$$

$$V_{baseL} = 120\ V \quad V_{baseH} = 460\ V$$



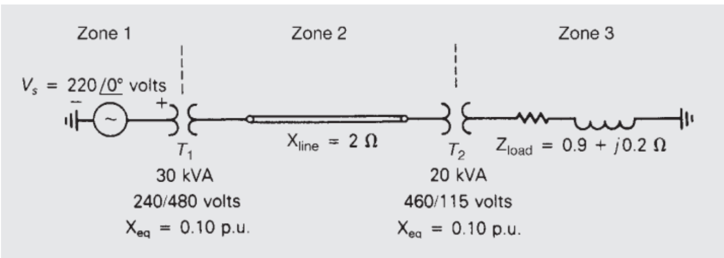
*120:460 V*

$Z_{eq}$=*0.18 + j0.042 p.u.*

$$Z_{base} = \frac{V_{base}^2}{S_{base}}$$
$$Z_{baseL} = \frac{120^2}{15000} = 0.96\,\Omega$$
$$Z_{baseH} = \frac{460^2}{15000} = 14.1\,\Omega$$

$$Z_{p.u.} = \frac{Z_{actual\ value}}{Z_{base}}$$
$$Z_{eqL} = Z_{eq}Z_{baseL} = 0.017 + j0.040\,\Omega$$
$$Z_{eqH} = Z_{eq}Z_{baseH} = 0.25 + j0.60\,\Omega$$

**Övning 2.6**.
I Figur 2.6 visas tre zoner i en enfasig krets. Zonerna är anslutna med transformatorerna T1 och T2, vars märkvärden också visas. Med basvärden på 30 kVA och 240 volt i zon 1, rita per-enhetens krets och bestäm per-enhetens impedanser och per-enhetens källspänning. Beräkna sedan belastningsströmmen både i per-enhet och i ampere. Transformatorns lindningsresistanser och shuntadmittansgrenar försummas.




Figur 2.6: Figur till Övning 2.6.

**Lösning**:

*Först bestäms basvärdena i varje zon.* $S_{base} = 30\,kVA$ *är samma för hela nätverket. Dessutom är* $V_{base1} = 240\,volt$*, som anges för zon 1. När man rör sig över en transformator ändras spänningsbasen i proportion till transformatorns spänningsnivåer. Således,*

$$V_{base2} = \left(\frac{480}{240}\right)(240) = 480\,volt$$

*och*

$$V_{base3} = \left(\frac{115}{460}\right)(480) = 120\,volt$$

*Basimpendanserna i zon 2 och 3 är*

$$Z_{base2} = \frac{V_{base2}^2}{S_{base}} = \frac{480^2}{30{,}000} = 7.86\,\Omega$$

*och*

$$Z_{base3} = \frac{V_{base3}^2}{S_{base}} = \frac{120^2}{30{,}000} = 0.48\,\Omega$$

*och basströmmen i zon 3 är*

$$I_{base3} = \frac{S_{base}}{V_{base3}} = \frac{30{,}000}{120} = 250\,A$$

*Nästa steg är att beräkna per unit-kretsimpedanserna med systemets basvärden. Eftersom* $S_{base} = 30\,kVA$ *är samma som kVA-värdet för transformator* $T_1$*, och* $V_{base1} = 240\,volt$ *är samma som spänningsvärdet på zon 1-sidan av transformator* $T_1$*, är per unit-läckreaktansen hos* $T_1$ *samma som dess skyltvärde,* $X_{T_1 p.u.} = 0.1\,p.u.$*. Däremot måste per unit-läckreaktansen hos transformator* $T_2$ *omvandlas från dess skyltvärde till systemets basvärde. Med ekvation från formelbladet och* $V_{base2} = 480\,volt$*, får vi:*

$$X_{T_2 p.u.} = \left(\frac{460}{480}\right)^2 \left(\frac{30{,}000}{20{,}000}\right)(0.10) = 0.1378\,per\ unit$$

*Alternativt, med* $V_{base3} = 120\,volt$*,*

$$X_{T_2 p.u.} = \left(\frac{115}{120}\right)^2 \left(\frac{30{,}000}{20{,}000}\right)(0.10) = 0.1378\,per\ unit$$

*vilket ger samma resultat. Linjen, som är placerad i zon 2, har en per unit-reaktans*

$$X_{line p.u.} = \frac{X_{line}}{Z_{base2}} = \frac{2}{7.68} = 0.2604\,per\ unit$$

*och impedansen för lasten, som är belägen i zon 3, har en impedans i per-enhet:*

$$Z_{loadp.u.} = \frac{Z_{load}}{Z_{base3}} = \frac{0.9 + j0.2}{0.48} = 1.875 + j0.4167 \, per \ enhet$$

*Per-enhetskretsen visas i Figur 2.7, där basvärden för varje zon, per-enhetsimpedanser och per-enhets spänning visas. Per-enhets lastströmmen kan därefter enkelt beräknas från Figur 2.7 enligt följande:*

$$I_{loadp.u.} = I_{sp.u.} = \frac{V_{sp.u.}}{j(X_{T1p.u.} + X_{linep.u.} + X_{T2p.u.}) + Z_{loadp.u.}}$$

$$= \frac{0.9167/0°}{j(0.10 + 0.2604 + 0.1378) + (1.875 + j0.4167)}$$

$$= \frac{0.9167/0°}{j(0.10 + 0.2604 + 0.1378) + (1.875 + j0.4167)}$$

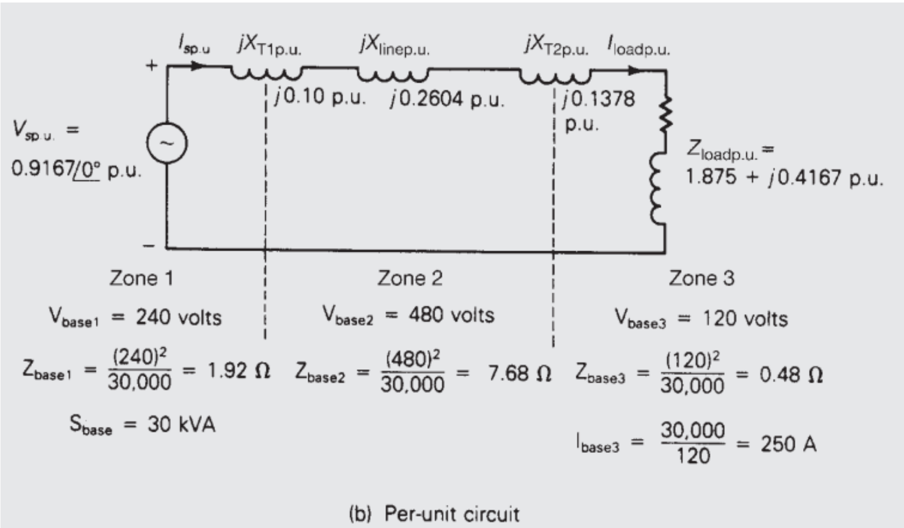
$$= \frac{0.9167/0°}{1.875 + j0.9149} = \frac{0.9167/0°}{2.086/26.01°}$$

$$= 0.4395/-26.01° \, per \ enhet$$

*Den faktiska lastströmmen är:*

$$I_{load} = (I_{loadp.u.})(I_{base3}) = (0.4395/-26.01°)(250) = 109.9/-26.01° \, A$$

*Notera att den per-enhets ekvivalenta kretsen i Figur 2.7 är relativt enkel att analysera, eftersom de ideala transformatorlindningarna har eliminerats genom korrekt val av basvärden.*




Figur 2.7: Facit till Övning 2.6