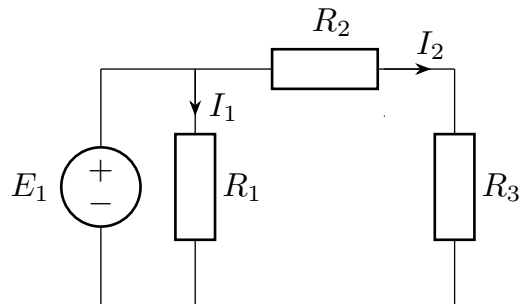

Kapitel 1
Lektion 1

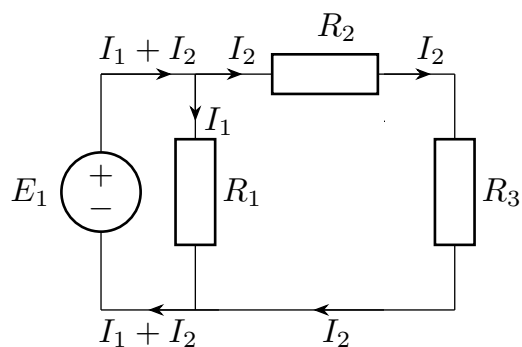
Övning 1.1.

Bestäm strömmarna I_1 och I_2 om: $E_1 = 12\text{ V}$, $R_1 = R_2 = 40\ \Omega$ och $R_3 = 20\ \Omega$.



Figur 1.1: Figur till Övning 1.1

Lösning:



Figur 1.2: Lösning till Övning 1.1

Ohms lag ger (se Figur 1.2):

$$I_1 = \frac{E_1}{R_1} \Leftrightarrow I_1 = 0.30 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{E_1}{R_2 + R_3} \Leftrightarrow I_2 = 0.20 \text{ A}$$

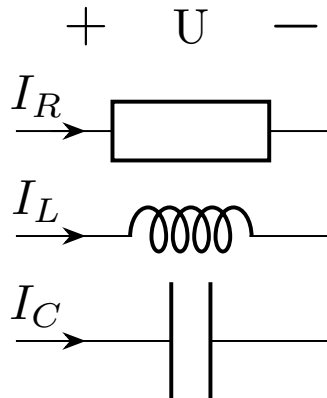
```

1 % Givet
2 E1 = 12;
3 R1 = 40;
4 R2 = R1;
5 R3 = 20;
6
7 % Svar:
8 I1 = E1/R1
9 % Output: I1 = 0.3000
10 I2 = E1/(R2 + R3)
11 % Output: I1 = 0.2000

```

Övning 1.2.

Ta fram uttrycket för strömmen genom respektive komponent R, C, L . Rita in respektive strömkomponent i ett visardigram, givet spänningens frekvens f samt $\bar{U} = Ue^{j0^\circ}$.



Figur 1.3: Figur till Övning 1.2

Lösning:*Se Facit.***Övning 1.3.**

Två impedanser $\mathbf{Z}_1 = 8.0 + j6.0 \Omega$ och $\mathbf{Z}_2 = 12 - j16 \Omega$ är seriekopplade och anslutna till $U = 220 \text{ V}$ växelspanning.

- Beräkna strömmen genom impedanserna och ge resultaten dels på formen $\mathbf{I} = a + jb$ och dels på formen $\mathbf{I} = Ie^{j\alpha}$. Använd spänningen som referens (riktstorhet).
- Bestäm fasskillnaden mellan \bar{U}_1 och \bar{U}_2 där \bar{U}_1 är spänningen över den första impedansen och \bar{U}_2 över den andra. Används \bar{U}_1 som referens.

Lösning:

a)

$$\begin{aligned}\bar{U} &= \bar{Z} \cdot \bar{I} \\ \bar{I} &= \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = \frac{220 \cdot e^{j0^\circ}}{20 - j10} \\ &= \frac{220 \cdot (20 + j10)}{400 + 100} \approx 8.8 + j4.4 \text{ A} \\ \bar{I} &= 9.8 \cdot e^{j26.6^\circ}\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}\arg \bar{U}_1 &= \arg \bar{Z}_1 \bar{I} = \arg \bar{Z}_1 + \arg \bar{I} \\ \arg \bar{U}_2 &= \arg \bar{Z}_2 \bar{I} = \arg \bar{Z}_2 + \arg \bar{I} \\ \arg \bar{U}_1 - \arg \bar{U}_2 &= \arg \bar{Z}_1 - \arg \bar{Z}_2 \\ \arg \frac{\bar{U}_1}{\bar{U}_2} &= \arg \frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_2}\end{aligned}$$

Övning 1.4.

En 400 V trefasmotor drar 25 A ström samtidigt som den levererar 12 kW till sin axel. Motorn har verkningsgraden $\eta = 0.85$. Rita dess effekttriangel.

Lösning:

$$\begin{aligned}U_H &= 400 \text{ V} \\ I_L &= 25 \text{ A} \\ P_{axel} &= 12 \text{ kW} \\ \eta &= 0.85\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_{elektriskt} &= \frac{P_{axel}}{\eta} = \frac{12 \text{ kW}}{0.85} = 14.1 \text{ kW} \\ S &= \sqrt{3} U_H I_L = \sqrt{3} \times 400 \text{ V} \times 25 \text{ A} = 17.3 \text{ kVA} \\ \cos \varphi &= \frac{P_{elektriskt}}{S} = \frac{14.1 \text{ kW}}{17.3 \text{ kVA}} = 0.815 \approx 0.82 \\ \varphi &= \arccos(0.82) = 35.4^\circ \\ Q &= S \sin \varphi = 17300 \cdot \sin(35^\circ) = 10 \text{ kVAR}\end{aligned}$$

Se triangeln i facit.

```

1      %Givet
2      UH=400;
3      IL=25;
4      P_axel=12000;
5      eta=0.85;
6
7      %Svar
8      P_elektrisk=P_axel/eta
9      % Output: P_elektrisk = 1.4118e+04
10     S=sqrt(3)*UH*IL
11     % Output: S = 1.7321e+04
12     EF=P_elektrisk/S
13     % Output: EF = 0.8151
14     vinkel=rad2deg( acos(EF)) % arccos
15     % Output: EF = 0.8151
16     Q= S*sin(deg2rad(vinkel))
17     % Output: Q = 1.0035e+04
18

```

Övning 1.5.

Ett företag levererar 12 kV till en kund som behöver 600 kW. Jämför överföringsförlusterna för företaget när kundens belastning har en effektfaktor på 0.5 jämfört med en effektfaktor på 1.0.

Lösning:

För att bestämma den dragna strömmen när effektfaktorn är 0.5, kan vi börja med:

$$P = VI \cdot \cos \varphi$$

$$600 \text{ kW} = 12 \text{ kV} \cdot I(A) \cdot 0.5$$

Därmed blir:

$$I_1 = \frac{600}{12 \times 0.5} = 100 \text{ A}$$

När effektfaktorn förbättras till 1.0:

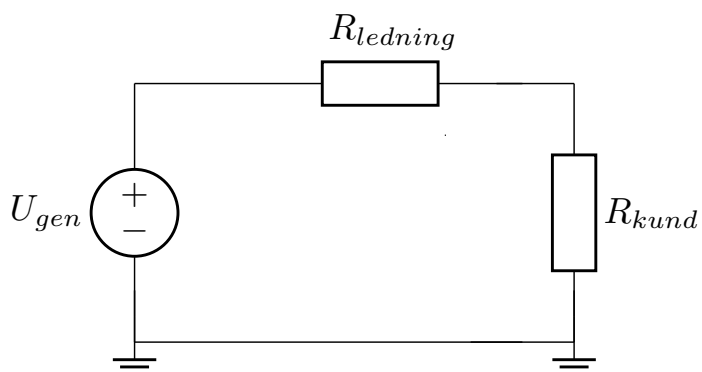
$$600 \text{ kW} = 12 \text{ kV} \cdot I(A) \cdot 1.0$$

Därmed blir den nödvändiga strömmen:

$$I_2 = \frac{600}{12} = 50 \text{ A}$$

Man kan representera systemet enligt kretsen i nedan där $R_{ledning}$ representerar de resistiva effektförlusterna i transmissionsledningen och kan beräknas enligt $P = RI^2$. Genom att jämföra effekterna för de olika fallen fås

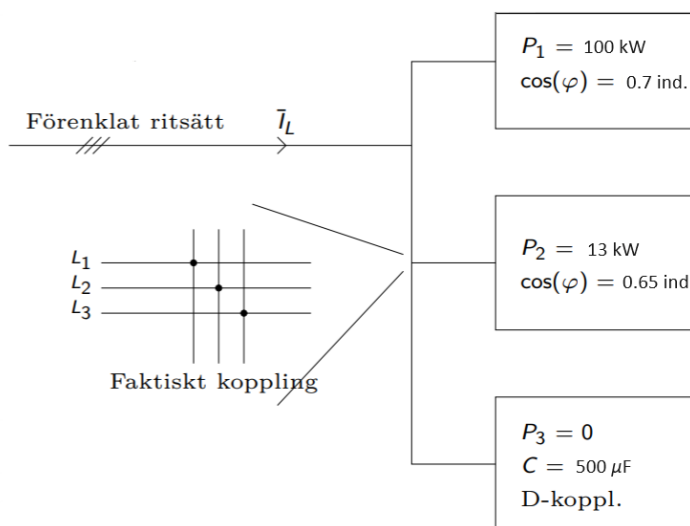
$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{RI_1^2}{RI_2^2} = \frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{100^2}{50^2} = 4$$



När effektfaktorn i fabriken förbättras från 0.5 till 1.0, halveras mängden ström som behövs för att utföra samma arbete. Effektförlusterna i ledningarna är proportionella mot strömmen i kvadrat, så ledningsförlusterna för denna kund har reducerats till en fjärdedel av deras ursprungliga värde.

Övning 1.6.

I en maskinanläggning som matas från ett ($f=$) 50Hz, ($U_H=$) 380 V trefasnät förbrukas 100 kW. De drivande maskinernas resulterande effektfaktor är 0.7 ind. Parallellt med dessa finns också installerat ett kondensatorbatteri bestående av tre lika stora D-kopplade kondensatorer på vardera 500 μF . Man vill sätta in ytterligare en maskin som kommer att kräva en effekt på 13 kW och med effektfaktorn 0.65 ind (se Figur 1.6). Hur stor ström kommer anläggningen att dra från nätet och vad blir effektfaktorn för hela anläggningen?



Figur 1.4: Figur till övning 1.6

Lösning:

Givet den första maskinens effektfaktor $\cos \varphi_1 = 0.7$ fås $\sin \varphi_1 = \sqrt{1 - 0.7^2}$ och med hjälp av den givna effekten P_1 fås

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = S_1 \cos \varphi_1 \\ Q_1 = S_1 \sin \varphi_1 \end{array} \right\} \Rightarrow Q_1 = \frac{P_1}{\cos \varphi_1} \sin \varphi_1 \approx 102 \text{ kVAr.}$$

På samma sätt fås

$$Q_2 = \frac{P_2}{\cos \varphi_2} \sin \varphi_2 \approx 15.2 \text{ kVAr}$$

för den andra maskinen. Den reaktiva effekten som konsumeras i de tre D-kopplade kondensatorerna blir (enligt samband från formelsamling)

$$Q_3 = -3U_H^2 \omega C = -3U_H^2 2\pi f C \approx -68 \text{ kVAr.}$$

Den totala reaktiva effekten blir därmed

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \approx 49.2 \text{ kVAr}$$

och den totala aktiva effekten

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 100 + 13 + 0 = 113 \text{ kW}$$

Den skenbara effekten kan beräknas som

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \approx 123.2 \text{ kVA}$$

och utifrån detta fås strömmen genom

$$S = \sqrt{3}U_H I_L \Rightarrow I_L \frac{S}{\sqrt{3}U_H} \approx 187.2 \text{ A}$$

Slutligen blir effektfaktorn

$$\cos \varphi_{\text{tot}} = \frac{P}{S} \approx 0.917.$$

```

1 %Givet
2 f=50;
3 UH=380;
4 omega=2*pi*f;
5
6 P1=100000;
7 cosfi1=0.7;
8
9 P2=13000;
10 cosfi2=0.65;
11
12 P3=0;
13 C=500*10^-6;
14
15 % Svar
16 P=P1+P2+P3
17 % Output: P = 113000
18 Q1= P1/cosfi1 * sin(acos(cosfi1))
19 % Output: Q1 = 1.0202e+05
20 Q2= P2/cosfi2 * sin(acos(cosfi2))
21 % Output: Q2 = 1.5199e+04
22 Q3= -3 * UH^2 * omega * C
23 % Output: Q3 = -6.8047e+04
24 Q=Q1+Q2+Q3
25 % Output: Q = 4.9172e+04
26 S=sqrt(Q^2+P^2)
27 % Output: S = 1.2324e+05
28 IL=S/(sqrt(3)*UH)
29 % Output: IL = 187.2365
30 cosfitot=P/S
31 % Output: cosfitot = 0.9169

```

Övning 1.7.

En fabrik med en nästan fullastad transformator levererar 600 kVA med en effektfaktor på 0.75. Den förväntade ökningen av effektbehovet är 20%. Hur många kVAR kapacitans bör läggas till för att hantera denna tillväxt så att de inte behöver köpa en större transformator?

Lösning:

Vid effektfaktor 0.75, levereras just nu den verkliga effekten som:

$$P = 0.75 \times 600 \text{ kVA} = 450 \text{ kW}$$

Och fasvinkeln är:

$$\theta = \cos^{-1}(0.75) = 41.4^\circ$$

Om efterfrågan ökar med 20%, kommer ytterligare ($450 \cdot 0.2 =$) 90 kW av verklig effekt att behöva tillföras. Vid denna punkt, om inget görs, kommer den nya effekttrekanten att visa aktiv effekt:

$$P = 450 \text{ kW} + 90 \text{ kW} = 540 \text{ kW}$$

Den skenbara effekten:

$$S = \frac{540 \text{ kW}}{0.75} = 720 \text{ kVA} \quad (\text{för stor för denna transformator})$$

Den reaktiva effekten:

$$Q = VI \sin \theta = 720 \text{ kVA} \times \sin(41.4^\circ) = 476 \text{ kVAR}$$

För att denna transformator endast ska leverera 600 kVA måste effektfaktorn förbättras till minst:

$$PF = \frac{540 \text{ kW}}{600 \text{ kVA}} = 0.90$$

Fasvinkel och Reaktiv Effekt efter Korrigering:

Fasvinkeln kommer nu att vara:

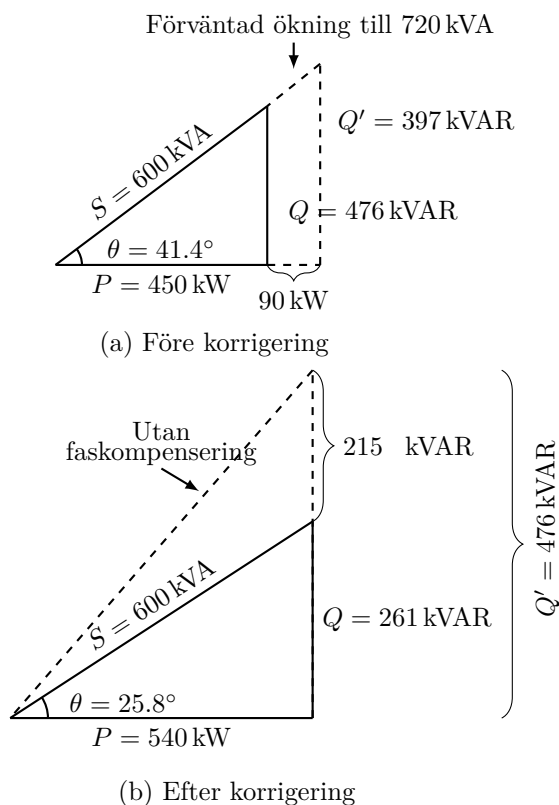
$$\theta = \cos^{-1}(0.90) = 25.8^\circ$$

Den reaktiva effekten måste reduceras till:

$$Q = 600 \text{ kVA} \times \sin(25.8^\circ) = 261 \text{ kVAR}$$

Skillnaden i reaktiv effekt mellan de 476 kVAR som behövs utan effektfaktorkorrigering och de önskade 261 kVAR måste tillföras av kondensatorn. Därför:

$$\text{Effektfaktorkorrigerande kondensator} = 476 - 261 = 215 \text{ kVAR}$$



Figur 1.5: Lösning till Övning 1.7. Effektriangel före och efter effektfaktorkorrigerig

Övning 1.8.

Den magnetiska strukturen hos en synkronmaskin visas schematiskt i Figur 1.6. Antag att rotor- och statorjärn har oändlig permeabilitet ($\mu \rightarrow \infty$). Den magnetiska permeabiliteten i vakuum är $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m. Hitta luftgapflödet ϕ och flödestätheten B_g . För detta exempel är $I = 10$ A, $N = 1000$ varv, $g = 1$ cm och $A_g = 2000$ cm².

Lösning:

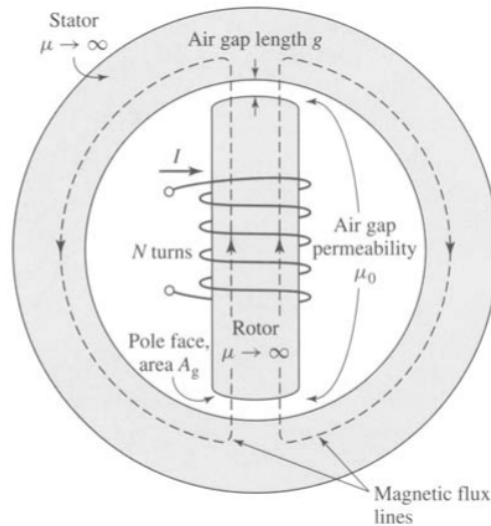
Observera att det finns två luftgap i serie med en total längd $2g$, och att flödestätheten i varje luftgap är lika på grund av symmetrin. Eftersom järnets permeabilitet här antas vara oändlig och dess reluktans därför är försumbar, kan flödet beräknas enligt:

$$\phi = \frac{NI\mu_0 A_s}{2g} = \frac{1000 \cdot 10 \cdot (4\pi \times 10^{-7}) \cdot 0.2}{0.02} = 0.13 \text{ Wb}$$

$$B_g = \frac{\phi}{A_s} = \frac{0.13}{0.2} = 0.65 \text{ T}$$

Övning 1.9.

För den magnetiska strukturen i Figur 1.6 med de dimensioner som ges i Övning 1.8 observeras luftgapet att ha en flödestäthet $B_g = 0.9$ T. Hitta flödet i luftgapet ϕ och, för en spole med $N = 500$ varv, den ström som krävs för att producera denna nivå av flöde.



Figur 1.6: Figur till Övning 1.8 och Övning 1.9.

Lösning:

Använd samma formler som i Övning 1.8 men i omvänd ordning:

$$\phi = A_s \cdot B_g = 0.2 \cdot 0.9 = 0.18 \text{ Wb}$$

$$I = \frac{2g\phi}{N\mu_0 A_s} = 28.6 \text{ A}$$

Övning 1.10.

En trefas synkronmaskin har en synkron reaktans $X_S = 2.3 \Omega/\text{fas}$. Maskinen går ansluten till ett starkt nät (=konstant) med spänningen 500 V, samt avger som generator märkströmmen 80 A vid en effektfaktor lika med 0.8 ind. Lindningsresistansen $R_a = 0 \Omega$. Bestäm tomgångsspänningen E_F och lastvinkeln δ vid konstant effektuttag och märkström vid:

- Övermagnetisering
- Undermagnetisering

Lösning:

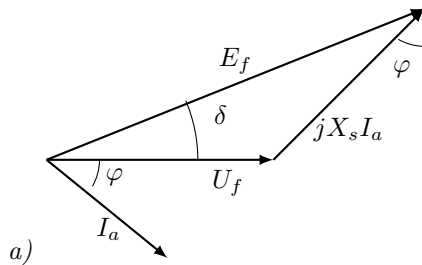
Givet:

$$\begin{aligned} X_s &= 2.3 \Omega/\text{fas} \\ U_f &= 500 \text{ V} \\ I_a &= 80 \text{ A} \\ \cos \varphi &= 0.8 \text{ ind.} \\ R_a &= 0 \end{aligned}$$

Sökt:

a) E_f vid övermagnetisering samt δ

b) E_f vid undermagnetisering samt δ



$$E_f^2 = (U_f + X_s I_a \sin \varphi)^2 + (X_s I_a \cos \varphi)^2 \quad (1.1)$$

$$E_f \sin \delta = X_s I_a \cos \varphi \implies \delta = \arcsin \left(\frac{X_s I_a \cos \varphi}{E_f} \right) \quad (1.2)$$

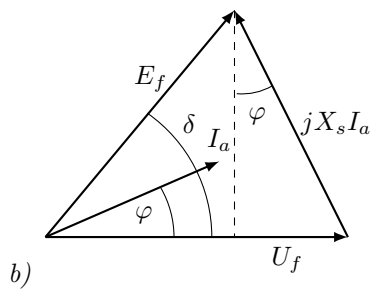
$$(1.1) \ E_f = 425 \text{ V}, \quad E_H = \sqrt{3}E_f = 736.74 \text{ V}$$

$$(1.2) \ \delta = 20.25^\circ$$

```

1  % Givet
2  Xs = 2.3;
3  UH = 500;
4  Uf = 500/sqrt(3);
5  Ia = 80;
6  phi = acos(0.8);
7
8  Ef = sqrt((Uf + Xs*Ia*sin(phi))^2 ...
9         + (Xs*Ia*cos(phi))^2)
10 % Output: Ef = 425.3573
11 delta = asind(Xs*Ia*cos(phi)/Ef)
12 % Output: delta = 20.2466
13 Eh = Ef*sqrt(3)
14 % Output: Eh = 736.7404

```



$$E_f^2 = (U_f - X_s I_a \sin \varphi)^2 + (X_s I_a \cos \varphi)^2 \quad (1.3)$$

$$E_f \sin \delta = X_s I_a \cos \varphi \quad (1.4)$$

$$(1.3) \quad E_f = 231 \text{ V}, \quad E_H = \sqrt{3}E_f = 400.44 \text{ V}$$

$$(1.4) \quad \delta = 39.55^\circ$$

```

1  Ef = sqrt((Uf - Xs*Ia*sin(phi))^2 ...
2      + (Xs*Ia*cos(phi))^2)
3  % Output: Ef = 231.1923
4  delta = asind(Xs*Ia*cos(phi)/Ef)
5  % Output: delta = 39.5461
6  Eh = Ef*sqrt(3)
7  % Output: Eh = 400.4368

```

Övning 1.11.

Illustration av $\bar{S} = \bar{U} \bar{I}^*$. En spänning U V över en belastning i ett nät har fasvinkeln 60° , och strömmen genom belastningen är I A och den ligger 30° efter spänningen.

- Är belastningen induktiv eller kapacitiv?
- Ställ upp uttrycken för den komplexa spänningen och strömmen. Kom ihåg sambanden $\cos 30 = \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ och $\sin 30 = \cos 60 = \frac{1}{2}$.
- Vad är den aktiva, reaktiva, och skenbara effekten uttryckt i U och I ?
- Beräkna $\bar{S} = \bar{U} \bar{I}^*$ och $\hat{S} = \bar{U} \bar{I}$, sätt dem i förhållande till den skenbara effekten.

Lösning:

Se facit.