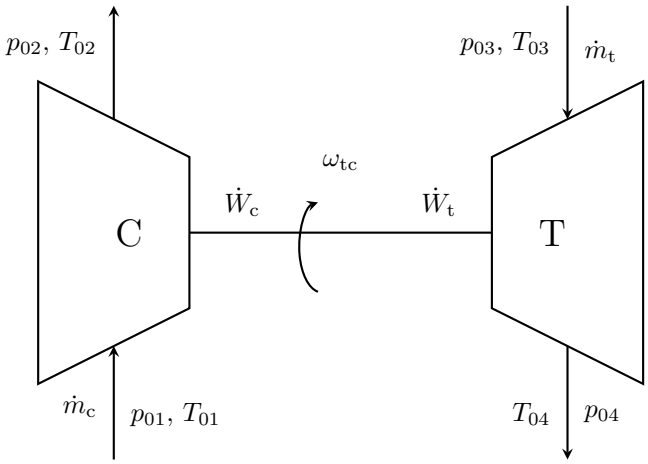
Lösningsförslag
Lektion 4 – TSFS09

Oskar Lind Jonsson – oskar.lind.jonsson@liu.se

3 november 2026

Genomgång: Turbo



Figur 1: Schematisk illustration av kompressorn och turbinen i ett turboaggregat. Kompressorn och turbinen är mekaniskt kopplade via samma axel.

Ett turboaggregat består av en kompressor och en turbin som är mekaniskt kopplade via samma axel. Kompressorn tillför energi till insugsluften medan turbinen extraherar energi ur avgaserna.

Kompressor

Kompressorns isentropa verkningsgrad definieras som

$$\eta_{\mathrm{c}} = \frac{\dot{W}_{\mathrm{c,ideal}}}{\dot{W}_{\mathrm{c}}}. \tag{1}$$

För en isentrop kompression gäller

$$\frac{T_{02,\mathrm{s}}}{T_{01}} = \left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}. \tag{2}$$

Därmed kan kompressorverkningsgraden skrivas

$$\boxed{\eta_{\mathrm{c}} = \frac{(p_{02}/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}{T_{02}/T_{01} - 1}}. \tag{3}$$

Turbin

Turbinens isentropa verkningsgrad definieras i stället som

$$\eta_{\mathrm{t}} = \frac{\dot{W}_{\mathrm{t}}}{\dot{W}_{\mathrm{t,ideal}}}. \tag{4}$$

Detta ger

$$\boxed{\eta_{\mathrm{t}} = \frac{1 - T_{04}/T_{03}}{1 - (p_{04}/p_{03})^{(\gamma-1)/\gamma}}}. \tag{5}$$

Skillnaden mellan definitionerna är viktig: för kompressorn jämförs det ideala arbetet med det verkligt erforderliga arbetet, medan man för turbinen jämför det verkligt utvunna arbetet med det maximalt möjliga isentropa arbetet.

Alternativa modeller för verkningsgrad

I stället för att använda en detaljerad kompressorkarta kan kompressorverkningsgraden approximeras med en kvadratisk modell. En generell modell kan skrivas

$$\eta_{\mathrm{c}} = \eta_{\mathrm{c,max}} - \begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}, \tag{6}$$

där

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12} & Q_{22} \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Variablerna a och b beskriver avvikelsen från den driftpunkt där kompressorn har maximal verkningsgrad. De kan exempelvis definieras utifrån korrigerat massflöde och tryckförhållande enligt

$$a = \frac{\dot{m}_{\mathrm{c,corr}} - \dot{m}_{\mathrm{c,corr,max}}}{\dot{m}_{\mathrm{c,corr,max}}}, \tag{8}$$

$$b = \frac{\Pi_{\mathrm{c}} - \Pi_{\mathrm{c,max}}}{\Pi_{\mathrm{c,max}} - 1}, \tag{9}$$

där

$$\Pi_{\mathrm{c}} = \frac{p_{02}}{p_{01}}. \tag{10}$$

Den kvadratiska formen kan även skrivas explicit som

$$\eta_{\mathrm{c}} = \eta_{\mathrm{c,max}} - \left(Q_{11}a^2 + 2Q_{12}ab + Q_{22}b^2 \right). \tag{11}$$

För turbinen kan verkningsgraden alternativt modelleras som en funktion av blade speed ratio, BSR:

$$\boxed{\eta_{\mathrm{t}}(\mathrm{BSR}) = \eta_{\mathrm{t,max}} \left[1 - \left(\frac{\mathrm{BSR} - \mathrm{BSR}_{\mathrm{max}}}{\mathrm{BSR}_{\mathrm{max}}} \right)^2 \right].} \tag{12}$$

$$\mathrm{BSR} = \frac{u_{\mathrm{t}}}{c_{\mathrm{s}}}, \tag{13}$$

$$u_{\mathrm{t}} = r_{\mathrm{t}}\omega_{\mathrm{tc}}, \tag{14}$$

$$c_{\mathrm{s}} = \sqrt{2c_pT_{03} \left[1 - \left(\frac{p_{04}}{p_{03}} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right]}. \tag{15}$$

$$\boxed{\mathrm{BSR} = \frac{r_{\mathrm{t}}\omega_{\mathrm{tc}}}{\sqrt{2c_pT_{03} \left[1 - \left(\frac{p_{04}}{p_{03}} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right]}}.} \tag{16}$$

Lektion 4

Förberedelseuppgifter: 4.19, 4.24, 4.27, 4.29 och 4.30.
Uppgifter som behandlas på lektionen: 4.10, 4.16, 4.20, 4.25 och 4.26.
Uppgifter markerade med * är förberedelseuppgifter.

Uppgift 10

a)

$$P_{\text{förlust}} = P_{\text{kem}}(1 - \eta_{\text{comb}}) = 11.4\,\text{kW}. \tag{17}$$

vilket motsvarar

$$\frac{11.4\,\text{kW}}{190\,\text{kW}} = 6\,\%. \tag{18}$$

b)

$$P_{\text{avg}} = P_{\text{kem}}\eta_{\text{comb}}(1 - \eta_{\text{th,i}}) = 125\,\text{kW}. \tag{19}$$

$$P_{\text{värme}} = P_{\text{kem}}\eta_{\text{comb}} - 125\,\text{kW} = 10.7\,\text{kW}. \tag{20}$$

$$P_{\text{avg,ut}} = 125\,\text{kW} - 10.7\,\text{kW} = 75.7\,\text{kW}. \tag{21}$$

$$\frac{75.7\,\text{kW}}{190\,\text{kW}} \approx 40\,\%. \tag{22}$$

c)

$$6\,\% + 40\,\% = \boxed{46\,\%}. \tag{23}$$

d)

Förlustandelen från deluppgift (a) är $\boxed{6\,\%}$.

e)

$$\frac{125\,\text{kW} + 10.7\,\text{kW}}{190\,\text{kW}} \approx \boxed{71\,\%}. \tag{24}$$

f)

$$P_{\text{rest}} = P_{\text{kem}}\eta_{\text{comb}} - 125\,\text{kW} - 10.7\,\text{kW} = 42.9\,\text{kW}. \tag{25}$$

$$\frac{42.9\,\text{kW}}{190\,\text{kW}} \approx \boxed{23\,\%}. \tag{26}$$

Uppgift 16

Momentet approximeras med en andragradspolynommodell framtagen med minsta kvadratmetoden,

$$M(\theta_{\text{ig}}) = 27 + 1.334\theta_{\text{ig}} - 0.0278\theta_{\text{ig}}^2. \tag{27}$$

Maximum erhålls när

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\theta_{\text{ig}}} = 1.334 - 2(0.0278)\theta_{\text{ig}} = 0. \tag{28}$$

Därmed fås

$$\theta_{\text{ig,max}} \approx \boxed{24^\circ}, \qquad M_{\max} \approx \boxed{43\,\text{N m}}. \tag{29}$$

Uppgift 19*

a) Kompressorverkningsgrad

Kompressorns isentropa verkningsgrad definieras som kvoten mellan det ideala och det verkliga kompressorarbetet:

$$\eta_{\text{c}} = \frac{\dot{W}_{\text{c,ideal}}}{\dot{W}_{\text{c}}}. \tag{30}$$

För en isentrop kompression gäller

$$\frac{T_{02,\text{s}}}{T_{01}} = \left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}. \tag{31}$$

$$\dot{W}_{\text{c,ideal}} = \dot{m}_{\text{c}} c_p T_{01} \left[\left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} - 1\right], \tag{32}$$

$$\dot{W}_{\text{c}} = \dot{m}_{\text{c}} c_p (T_{02} - T_{01}). \tag{33}$$

$$\boxed{\eta_{\text{c}} = \frac{(p_{02}/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}{T_{02}/T_{01} - 1}} \tag{34}$$

b) Turbinverkningsgrad

$$\eta_{\text{t}} = \frac{\dot{W}_{\text{t}}}{\dot{W}_{\text{t,ideal}}}. \tag{35}$$

$$\dot{W}_{\text{t}} = \dot{m}_{\text{t}} c_p (T_{03} - T_{04}), \tag{36}$$

$$\dot{W}_{\text{t,ideal}} = \dot{m}_{\text{t}} c_p T_{03} \left[1 - \left(\frac{p_{04}}{p_{03}}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right]. \tag{37}$$

$$\boxed{\eta_{\text{t}} = \frac{1 - T_{04}/T_{03}}{1 - (p_{04}/p_{03})^{(\gamma-1)/\gamma}}}. \tag{38}$$

Uppgift 20

a)

$$\eta_{\text{c}} = \frac{(p_{02}/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}{T_{02}/T_{01} - 1} \approx \boxed{0.738}. \tag{39}$$

b)

$$\eta_\mathrm{t} = \frac{1 - T_{04}/T_{03}}{1 - (p_{04}/p_{03})^{(\gamma-1)/\gamma}} \approx 1.14. \tag{40}$$

Eftersom detta inte är fysikaliskt rimligt kopplas kompressor- och turbineffekterna samman:

$$\dot{W}_\mathrm{c} = \eta_\mathrm{m}\dot{W}_\mathrm{t} = \eta_\mathrm{m}\eta_\mathrm{t}\dot{W}_\mathrm{t,ideal}. \tag{41}$$

$$\eta_\mathrm{m}\eta_\mathrm{t} = \frac{\dot{W}_\mathrm{c}}{\dot{W}_\mathrm{t,ideal}} \approx \boxed{0.62}. \tag{42}$$

c)

Värmeförluster påverkar energibalansen men ingår inte i uttrycket för den isentropa verkningsgraden ovan.

Uppgift 24 *

Givet

$$p_{01} = 100\,\mathrm{kPa}, \quad p_{02} = 160\,\mathrm{kPa}, \quad T_{01} = 25\,^\circ\mathrm{C}, \quad N = 140\,000/\mathrm{min}, \tag{43}$$

med $c_p = 1150\,\mathrm{J/(kg\,K)}$ och $\gamma = 1.3$.

a)

$$\boxed{\dot{m}_\mathrm{c} \approx 0.134\,\mathrm{kg/s}}. \tag{44}$$

b)

$$\boxed{\eta_\mathrm{c} \approx 0.772}. \tag{45}$$

c)

$$T_{02} = T_{01}\left[1 + \frac{(p_{02}/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}{\eta_\mathrm{c}}\right] \approx 354.3\,\mathrm{K} = 81.1\,^\circ\mathrm{C}. \tag{46}$$

$$\dot{W}_\mathrm{c} = \dot{m}_\mathrm{c} c_p (T_{02} - T_{01}) \approx \boxed{8.6\,\mathrm{kW}}. \tag{47}$$

Uppgift 25

$$\dot{m}_\mathrm{c,corr} = \dot{m}_\mathrm{c}\frac{\sqrt{T_{01}/T_\mathrm{ref}}}{p_{01}/p_\mathrm{ref}}, \qquad N_\mathrm{c,corr} = \frac{N_\mathrm{c}}{\sqrt{T_{01}/T_\mathrm{ref}}}. \tag{48}$$

a)

$$\dot{m}_\mathrm{c} = \frac{p_{01}/p_\mathrm{ref}}{\sqrt{T_{01}/T_\mathrm{ref}}} f_{\dot{m},\mathrm{c}}\left(\frac{p_{02}}{p_{01}}, \frac{N_\mathrm{c}}{\sqrt{T_{01}/T_\mathrm{ref}}}\right), \tag{49}$$

$$\eta_\mathrm{c} = f_{\eta,\mathrm{c}}\left(\frac{p_{02}}{p_{01}}, \frac{N_\mathrm{c}}{\sqrt{T_{01}/T_\mathrm{ref}}}\right). \tag{50}$$

b)

$$P_\mathrm{c} = \dot{m}_\mathrm{c} c_p T_{01} \frac{(p_{02}/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}{\eta_\mathrm{c}}. \tag{51}$$

c)

$$\dot{m}_\mathrm{t} = \frac{p_{03}}{\sqrt{T_{03}}} f_{\dot{m},\mathrm{t}} \left(\frac{p_{04}}{p_{03}}, \frac{N_\mathrm{t}}{\sqrt{T_{03}}} \right), \tag{52}$$

$$\eta_\mathrm{t} = f_{\eta,\mathrm{t}} \left(\frac{p_{04}}{p_{03}}, \frac{N_\mathrm{t}}{\sqrt{T_{03}}} \right), \tag{53}$$

$$P_\mathrm{t} = \dot{m}_\mathrm{t} c_p \eta_\mathrm{t} T_{03} \left[1 - \left(\frac{p_{04}}{p_{03}} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right]. \tag{54}$$

Uppgift 26

Givet

$$p_{01} = 70\,\mathrm{kPa}, \quad p_{02} = 140\,\mathrm{kPa}, \quad T_{01} = 35\,^\circ\mathrm{C}, \quad N = 185\,000/\mathrm{min}. \tag{55}$$

a)

$$\dot{m}_{\mathrm{c,corr}} \approx 0.2\,\mathrm{kg/s}, \tag{56}$$

$$\boxed{\dot{m}_\mathrm{c} \approx 0.138\,\mathrm{kg/s}}. \tag{57}$$

b)

$$\boxed{\eta_\mathrm{c} \approx 0.63}. \tag{58}$$

c)

$$\boxed{T_{02} \approx 85.8\,^\circ\mathrm{C}}, \qquad \boxed{\dot{W}_\mathrm{c} \approx 13.4\,\mathrm{kW}}. \tag{59}$$

Uppgift 27 *

För $p_{03} = 184\,\mathrm{kPa}$ och $p_{04} = 115\,\mathrm{kPa}$ erhålls

$$\Pi_\mathrm{t} = \frac{p_{04}}{p_{03}} \approx 0.625. \tag{60}$$

$$\boxed{\dot{m}_{\mathrm{t,corr}} \approx 0.04\,\mathrm{kg/s}}. \tag{61}$$

Uppgift 29 *

a)

Knackning är en spontan självantändning av den oförbrända delen av bränsle–luftblandningen efter att förbränningen har initierats av tändstiftet.

b)

Knackning kan detekteras med bland annat

- knackningssensor,
- jonströmsmätning,
- cylindertrycksmätning.

c)

Knackgränsen begränsar det tillåtna momentet. När knackningsintensiteten ökar måste tändningen retarderas, vilket reducerar momentet.

d)

Vid en begynnande ökning av lasten flyttas tändningen mot MBT. Om knackning uppstår retarderas tändningen tills motorn åter arbetar under knackgränsen.

Uppgift 30*

a)

Fördröjningen i systemet beror på den tid det tar att bygga upp moment genom att först bygga upp trycket i insugningsröret. Motorns luftsystem bidrar därmed till en fördröjning mellan begärt och levererat moment.

b)

Vid förbränningen bildas jonströmmar i cylindern. Jonströmmen kan detekteras och användas för att få information om förbränningsförloppet och därmed för styrning och övervakning av förbränningen.

c)

Knackningssvängningar kan detekteras i jonströmssignalen. Jonströmmen kan därför användas för detektering av knackning.

d)

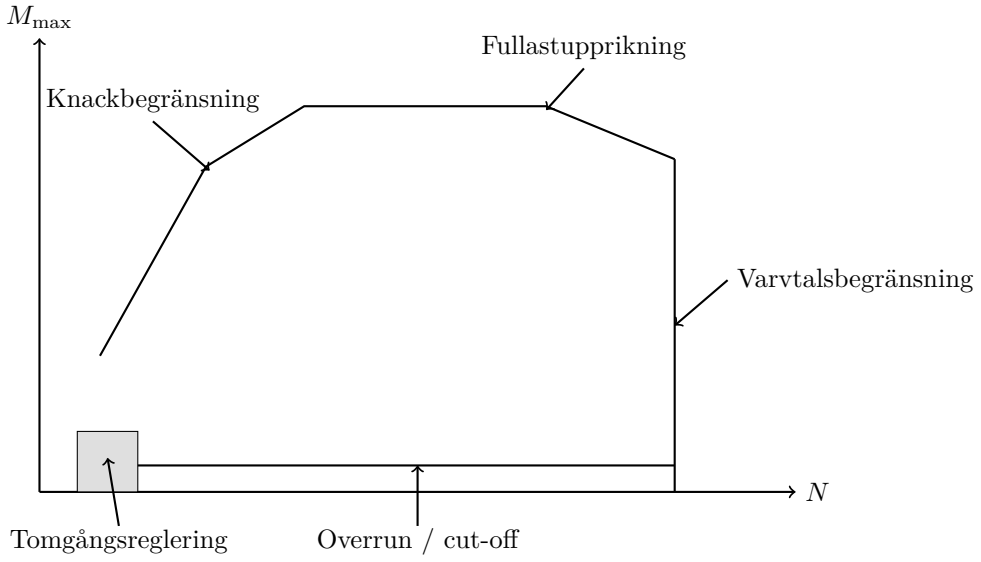
Purge-regleringen styr tömningen av EVAP-behållaren. Bränsleångor som har lagrats i behållaren leds till insuget och förbränns i motorn. Detta innebär ett extra bränsletillskott till cylindrarna som motorstyrningen måste ta hänsyn till.

e)

Vid dellast används strypning av luftflödet, vilket ger pumpförluster. Dessa pumpförluster bidrar till att motorns verkningsgrad vid dellast är lägre än vid hög belastning.

f)

Det maximala tillgängliga momentet begränsas av olika fenomen beroende på motorvarvtal och last. En schematisk momentgräns kan illustreras som i figur 2.



Figur 2: Schematisk illustration av begränsningar i motorns tillgängliga moment vid olika varvtal och belastningar.