

Solution Proposal
Lesson 3 – TSFS09

Oskar Lind Jonsson – oskar.lind.jonsson@liu.se

17 september 2026

Lektion 3

Uppgifter markerade med * är förberedelse uppgifter.

1*

a) Medeltryck

MEP (mean effective pressure) definieras som arbetet per cykel dividerat med den slagvolym som förskjuts per cykel,

$$\text{MEP} = \frac{\text{Work produced per cycle}}{\text{Work displaced per cycle}}. \quad (1)$$

Det effektiva bromsmedeltrycket är

$$\text{BMEP} = \frac{P_b n_r}{V_d N} = \frac{2\pi M_e n_r}{V_d N}, \quad (2)$$

där N är motorvarvtalet och n_r anger antalet vevaxelvarv per arbetscykel.

Det indikerade medeltrycket ges av

$$\text{IMEP} = \frac{W_i}{V_d}, \quad W_{fr} = W_i - W_b. \quad (3)$$

Friktionsmedeltrycket blir därmed

$$\text{FMEP} = \text{IMEP} - \text{BMEP}. \quad (4)$$

Pumpmedeltrycket ges av

$$\text{PMEP} = \frac{W_p}{V_d} = p_{\text{out}} - p_{\text{in}}. \quad (5)$$

b) Specifik bränsleförbrukning

Den specifika bränsleförbrukningen definieras som

$$\text{SFC} = \frac{m_f}{W} = \frac{\dot{m}_f}{\dot{W}} = \frac{1}{\eta_f q_{\text{LHV}}}. \quad (6)$$

Om verkningsgraden i stället ska beräknas erhålls

$$\eta_f = \frac{\dot{W}}{\dot{m}_f q_{\text{LHV}}} = \frac{M 2\pi N}{\dot{m}_f q_{\text{LHV}}}. \quad (7)$$

c) Fyllnadsgrad

Fyllnadsgraden är ett mått på insugningens effektivitet och definieras som

$$\eta_{\text{vol}} = \frac{V_a}{V_d} = \frac{\dot{m}_a n_r}{\rho_{a,i} V_d N} = \frac{\dot{m}_a n_r R T_i}{p_i V_d N}. \quad (8)$$

d) Samband mellan effekt, moment och varvtal

$$\frac{P_b n_r}{V_d N} = \frac{2\pi M_e n_r}{V_d N} \implies P_b = 2\pi N M_e, \quad M_e = \frac{P_b}{2\pi N}. \quad (9)$$

Uppgift 3

Den specifika bränsleförbrukningen definieras som

$$\text{SFC} = \frac{\dot{m}_f}{P_b} = \frac{1}{\eta_f q_{\text{LHV}}}. \quad (10)$$

Bensin

För bensin är det specifika värmevärdet

$$q_{\text{LHV},b} = 44 \text{ MJ kg}^{-1}. \quad (11)$$

Den specifika bränsleförbrukningen blir

$$\text{SFC}_b = \frac{1}{0.3 \cdot 44 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}} \quad (12)$$

$$= 7.58 \times 10^{-8} \text{ kg J}^{-1}. \quad (13)$$

Med

$$1 \text{ kW h} = 3.6 \times 10^6 \text{ J} \quad (14)$$

erhålls

$$\text{SFC}_b = 7.58 \times 10^{-8} \text{ kg J}^{-1} \cdot 3.6 \times 10^6 \text{ J kW}^{-1} \text{ h} \quad (15)$$

$$= 0.273 \text{ kg kW}^{-1} \text{ h} \quad (16)$$

$$= \boxed{273 \text{ g kW}^{-1} \text{ h}}. \quad (17)$$

Etanol

För etanol är det specifika värmevärdet

$$q_{\text{LHV},e} = 27 \text{ MJ kg}^{-1}. \quad (18)$$

Därmed fås

$$\text{SFC}_e = \frac{1}{0.3 \cdot 27 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}} \quad (19)$$

$$= 1.235 \times 10^{-7} \text{ kg J}^{-1} \quad (20)$$

$$= 1.235 \times 10^{-7} \text{ kg J}^{-1} \cdot 3.6 \times 10^6 \text{ J kW}^{-1} \text{ h} \quad (21)$$

$$= 0.444 \text{ kg kW}^{-1} \text{ h} \quad (22)$$

$$= \boxed{444 \text{ g kW}^{-1} \text{ h}}. \quad (23)$$

Uppgift 4

Givet

$$v = 10 \text{ m s}^{-1}, \quad \dot{m} = 60 \text{ g s}^{-1}, \quad \rho = 1.293 \text{ kg m}^{-3}. \quad (24)$$

Slagvolymen är

$$V_d = \frac{2.3}{4} = 0.575 \text{ dm}^3. \quad (25)$$

Med sambandet mellan fordonshastighet och motorvarvtal fås ungefär

$$10 = 0.180N \implies N \approx 55.6 \text{ s}^{-1}. \quad (26)$$

Fyllnadsgraden kan då beräknas som

$$\eta_{\text{vol}} = \frac{(60/1000)2}{1.293(0.575/1000)4(55.6)} \approx 0.73. \quad (27)$$

Uppgift 8

a) Kolvens förskjutning

Av vevgeometrin erhålls

$$s(\theta) = a \cos \theta + \sqrt{l^2 - a^2 \sin^2 \theta}. \quad (28)$$

b) Volym som funktion av vevvinkel

$$V(\theta) = V_c + \frac{\pi B^2}{4} \left(l + a(1 - \cos \theta) - \sqrt{l^2 - a^2 \sin^2 \theta} \right). \quad (29)$$

c) Moment från cylindertrycket

Gaskraften på kolven är

$$F(\theta) = \frac{\pi B^2}{4} (p_{\text{cyl}}(\theta) - p_{\text{amb}}). \quad (30)$$

Det resulterande momentet kan skrivas

$$M(\theta) = \frac{\pi B^2}{4} (p_{\text{cyl}}(\theta) - p_{\text{amb}}) \left(a \sin \theta + \frac{a^2 \sin \theta \cos \theta}{\sqrt{l^2 - a^2 \sin^2 \theta}} \right). \quad (31)$$

d)

Kraften på kolven ges av

$$F_p(\theta) = p(\theta)A_p, \quad A_p = \frac{\pi B^2}{4}.$$

För ett infinitesimalt rörelsesteg gäller principen om virtuellt arbete

$$dW = M(\theta)d\theta = F_p(\theta)ds.$$

Därmed erhålls

$$M(\theta) = p(\theta)A_p \frac{ds}{d\theta}.$$

Från deluppgift (b) gäller

$$V(\theta) = V_c + A_p s(\theta),$$

vilket ger

$$\frac{dV}{d\theta} = A_p \frac{ds}{d\theta}.$$

Momentet kan därför skrivas

$$M(\theta) = p(\theta) \frac{dV}{d\theta}.$$

Det mekaniska arbetet blir då

$$W_{\text{mek}} = \int_0^{4\pi} M(\theta)d\theta = \int_0^{4\pi} p(\theta) \frac{dV}{d\theta} d\theta.$$

Eftersom

$$dV = \frac{dV}{d\theta} d\theta$$

fås

$$W_{\text{mek}} = \oint p dV.$$

Enligt termodynamiken är

$$W_{\text{termo}} = \oint p dV.$$

Alltså erhålls

$$\boxed{W_{\text{mek}} = W_{\text{termo}}}.$$

Uppgift 10

Ideala gaslagen kan skrivas både med den specifika och den universella gaskonstanten:

$$pV = mRT = n\tilde{R}T. \quad (32)$$

Därmed gäller

$$mR = n\tilde{R} \implies R = \frac{n}{m}\tilde{R} = \frac{\tilde{R}}{M}. \quad (33)$$

Uppgift 11

a) Bestäm γ

Med

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}, \quad c_v = c_p - R, \quad R = \frac{\tilde{R}}{M}, \quad (34)$$

erhålls

$$\gamma = \frac{c_p}{c_p - \tilde{R}/M} = \frac{1}{1 - \tilde{R}/(c_p M)}. \quad (35)$$

b) Bestäm c_v

Från $c_v = c_p/\gamma$ och $c_v = c_p - \tilde{R}/M$ fås

$$\frac{c_p}{\gamma} = c_p - \frac{\tilde{R}}{M}, \quad (36)$$

$$c_p = \frac{\tilde{R}}{M} \frac{\gamma}{\gamma - 1}, \quad (37)$$

$$c_v = \frac{\tilde{R}}{(\gamma - 1)M}. \quad (38)$$

Uppgift 14

a) Konstant tryck

För $p_{\text{in}} = p_{\text{ut}}$ och ideal gas gäller

$$\frac{T}{V} = \text{konstant}. \quad (39)$$

b) Isentrop process

En isentrop process är adiabatisk och reversibel. Då gäller

$$pV^\gamma = \text{konstant}, \quad TV^{\gamma-1} = \text{konstant}, \quad Tp^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{konstant}. \quad (40)$$

c) Isokor process

Vid konstant volym gäller

$$V = \text{konstant}, \quad \frac{T}{p} = \text{konstant}. \quad (41)$$

Uppgift 21

Den termiska verkningsgraden definieras som

$$\eta = 1 - \frac{Q_{\text{ut}}}{Q_{\text{in}}}.$$

För en ideal Ottocykel sker värmetillförsel och värmebortförsel vid konstant volym, vilket ger

$$Q_{\text{in}} = mc_v(T_3 - T_2), \quad Q_{\text{ut}} = mc_v(T_4 - T_1).$$

Alltså

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

De isentropa processerna ger

$$T_2 = T_1 r_c^{\gamma-1}, \quad T_4 = \frac{T_3}{r_c^{\gamma-1}},$$

där

$$r_c = \frac{V_1}{V_2}.$$

Insättning i verkningsgraden ger

$$\eta = 1 - \frac{T_3/r_c^{\gamma-1} - T_1}{T_3 - T_1 r_c^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{r_c^{\gamma-1}}.$$

Den termiska verkningsgraden för en ideal Ottocykel blir alltså

$$\boxed{\eta_{\text{otto}} = 1 - \frac{1}{r_c^{\gamma-1}}}.$$

Uppgift 26

a)

För en ideal gas gäller

$$c_p - c_v = R, \quad c_p = \frac{R\gamma}{\gamma - 1}, \quad c_v = \frac{R}{\gamma - 1}. \quad (42)$$

Anteckningarna jämför två kompressionsförhållanden, $r_c = 10$ och $r_c = 5$. De avlästa tillståndsvärdena har sammanställts nedan.

Storhet	$r_c = 10$	$r_c = 5$
p_2	998 kPa	405 kPa
T_2	372 °C	251 °C
V_2	0.058 dm ³	0.1160 dm ³
p_3	9.1 MPa	5.3 MPa
T_3	3427 °C	3306 °C
V_3	0.058 dm ³	0.1160 dm ³
p_4	456 kPa	654 kPa
T_4	1581 °C	1935 °C
V_4	0.58 dm ³	0.58 dm ³

Massan i cylindern beräknas ur

$$m = \frac{pV}{RT}. \quad (43)$$

b)

$$T_3 = T_2 + \frac{Q_{in}}{c_v} \implies T_{3,r_c=10} \approx T_{3,r_c=5} \approx T_3 \quad (44)$$

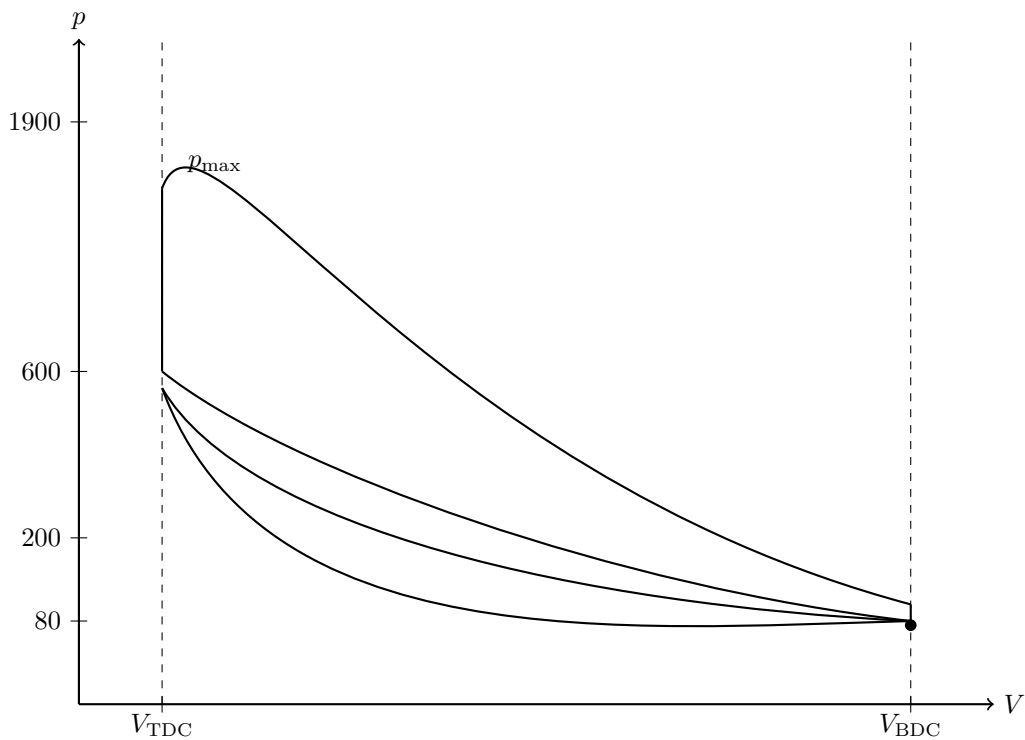
Eftersom kompressionen är högre för $r_c = 10$ blir även temperaturen före förbränningen högre.

c)

Otto-processens termiska verkningsgrad kan skrivas

$$\eta_{th} = \frac{q_{in} - q_{out}}{q_{in}} = \frac{c_v(T_3 - T_2) - c_v(T_4 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}. \quad (45)$$

Uppgift 29



Figur 1: Schematisk jämförelse av tre motorcykler i ett p - V -diagram.

Med $V_{BDC} = 0.58 \text{ dm}^3$ och ett avläst tryckförhållande

$$\frac{600}{300} = \left(\frac{0.58}{V_c} \right)^{1.3} \quad (46)$$

erhålls ungefär

$$V_c \approx 0.34 \text{ dm}^3. \quad (47)$$

Kompressionsförhållandet är

$$r_c = 1 + \frac{V_d}{V_c}. \quad (48)$$

Anteckningarna anger dessutom vinklarna

$$\theta_{\text{ign}} = -20^\circ, \quad \theta_{\text{end}} = 15^\circ. \quad (49)$$

Uppgift 30

a)

Trycket efter kompression/förbränning skrivs i anteckningarna som

$$p_3 = p_i \left[1 + c_v T_i \left(2\lambda \frac{A}{F_s} + 1 \right) \right] r_c^{\gamma-1} r_c^\gamma. \quad (50)$$

Vidare gäller

$$c_v = \frac{\tilde{R}}{M(\gamma - 1)}. \quad (51)$$

De beräknade topptrycken anges till ungefär

$$p_{3,\text{diesel}} \approx 139 \text{ bar}, \quad p_{3,\text{turbo}} \approx 136 \text{ bar}. \quad (52)$$

Verkningsgraden uppskattas med

$$\eta = 1 - \frac{1}{r_c^{\gamma-1}}, \quad (53)$$

vilket i anteckningarna ger

$$\eta_{\text{diesel}} \approx 0.53, \quad \eta_{\text{turbo}} \approx 0.46. \quad (54)$$

Från IMEP-uttrycket anges de effektiva kompressionsförhållandena som

$$r_{c,\text{diesel}} \approx 16.6, \quad r_{c,\text{turbo}} \approx 22.0. \quad (55)$$

b)

Det nödvändiga laddtrycket uppskattas enligt

$$p_{i,\text{turbo}} = \frac{\eta_{\text{komp}}}{\eta_{\text{turbo}}} p_{i,\text{konv}} \approx 1.13 \text{ bar}. \quad (56)$$

c)

Förhållandet mellan bränslemassorna uppskattas som

$$\frac{m_{f,2}}{m_{f,1}} = \frac{P_2}{P_1} \approx 1.13, \quad (57)$$

vilket motsvarar cirka 13 % ökad bränslemängd.