

Solution Proposal
Lesson 1 – TSFS09

Oskar Lind Jonsson – oskar.lind.jonsson@liu.se

September 5, 2026

Genomgång – Minsta kvadratmetoden

Används tillexempel vid inkompressibla flöden

$$\underbrace{\dot{m}}_B = \underbrace{C_{tu}}_x \underbrace{\sqrt{\frac{P_{us}}{RT_{us}}} \sqrt{P_{us} - P_{ds}}}_A \quad (1)$$

$$\mathbf{A}x = \mathbf{b} \implies \mathbf{A}C_{tu} = \mathbf{b} \quad (2)$$

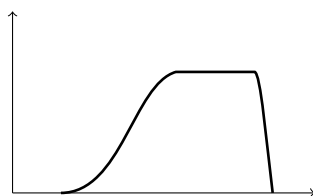
$$C_{tu} = \arg \min_c \|\mathbf{A}c - \mathbf{b}\|_2^2 \quad (3)$$

$$C_{tu} = \mathbf{A} \backslash \mathbf{b} \quad (\text{MATLAB}) \quad (4)$$

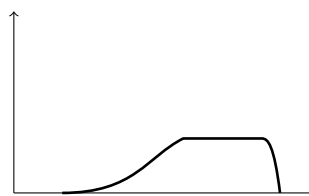
Lektion 1

1

$$\dot{m}_f = \frac{\dot{m}_a}{\lambda} \frac{1}{AFs}$$



Låg λ



Hög λ

Bränsletrycksregulatorn är ett nödvändigt hjälpsystem. λ behöver mätas.

$$\dot{m}_{fi} = NC(t_{inj} - t_0(U_{batt})) \implies k_{inj}(t_{inj} - t_0(U_{batt}))$$

2

a)

Sammanställer ekvationerna för bränsleflöde:

$$\dot{m}_f = \frac{\dot{m}_a}{\lambda AFs}, \quad \dot{m}_f = N \frac{n_{cyl}}{n_r} k_{inj}(t_{inj} - t_0) \implies \frac{\dot{m}_a}{\lambda AFs} = N \frac{n_{cyl}}{n_r} k_{inj}(t_{inj} - t_0)$$

där $\dot{m}_a$, λ , N och t_{inj} är kända mätsignaler, n_{cyl} , n_r och AFs kända konstanter och k_{inj} samt t_0 är modellparametrarna som ska tas fram.

I typisk linjär minstakvadrat-parameterframtagning ansätter vi valfri sida, förslagsvis vänsterledet, med allt som inte beror på de parametrar vi ska ta fram för att få det på formen $Ax=b$.

$$\underbrace{\frac{\dot{m}_a n_r}{AFs N \lambda n_{cyl}}}_b = \underbrace{k_{inj}(t_{inj} - t_0)}_{Ax} \implies Ax = k_{inj} t_{inj} - k_{inj} t_0$$

Detta ger

$$\underbrace{\begin{bmatrix} t_{inj} & -1 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix}}_A \times \underbrace{\begin{bmatrix} k_{inj} \\ k_{inj}t_0 \end{bmatrix}}_x = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\dot{m}_a n_r}{AFsN\lambda n_{cyl}} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}}_b.$$

Dimensionen på matriserna bestäms av finätfilens storlek. I detta fall har vi 4 mätpunkter sådimensionerna på A -matrisen blir 4×2 , x är 2×1 och b är 4×1 .

$$x = A \backslash b \quad (5)$$

ger $x(1) = k_{inj}$ och $x(2) = k_{inj}t_0$. Detta ger $x(1) = k_{inj} = 6.9486e - 04$ och $t_0 = x(2)/k_{inj} = 7.995e - 04$.

b)

```
t_inj = [2.11 6.81 8.47 10.02]/1000;
m_at = [5.04 10.34 13.03 35.62]/1000;
N = [1798 799 801 1798]*pi/30;
Lambda = [0.999 1.001 1.001 1.000];

m_f_1 = 2 * N .* k_inj.*(t_inj-t0);
m_f_2 = m_at./(Lambda*14.7);
figure
plot(t_inj*1000,m_f_1/1000,'*')
hold on
plot(t_inj*1000,m_f_2/1000,'x')
ylabel('Branslemangd [kg/s]')
xlabel('Injektionstid [ms]')
legend('Model','Measured','Location','best')
grid on
```

c)

$$t_{inj} = t_0 + \frac{\dot{m}_a n_r}{AFsN n_{cyl} k_{inj}} = [0.0021 \quad 0.0068 \quad 0.0084 \quad 0.0101]$$

3

a)

$$\eta_{vol} = \frac{\dot{V}_a}{V_d} = \frac{\dot{m}_a n_r}{\underbrace{\rho_{air}}_{\frac{p_a}{RT_a}} V_d n_{cyl} N}$$

Svar: $p_a, T_a, \dot{m}_a, N$ medelvärden av stationära punkter

b)

$$SFC = \frac{m_f}{W} = \frac{\dot{m}_f}{\dot{W}}$$

Svar: $\dot{m}_a, \lambda, M_b, N$ medelvärden av stationära punkter

c)

$$\tau_d$$

Svar: λ, N dynamiska mätningar

d)

$$\tau_\lambda$$

$$\frac{d}{dt}\lambda_s(t) = \frac{1}{\tau_\lambda}(\lambda(t - \tau_d(N)) - \lambda_s(t))$$

$N > 3500$ rpm

Svar: $N > 3500$ rpm, stegsvar i bränsle, τ_{λ} är då 63% av restiden. Mät λ, t_{inj} . Dynamiska mätningar

e)

$x(pöl)$

$\tau_{fp}(pöl)$

Svar:

$x : N$ & p_{in} ,

$\tau_{fp} : N$ & p_{in} dynamiska mätningar

f)

Varvtal: τ_d

Moment: $\eta_{vol}, SFC, x, \tau_{fp}$

4

a)

$$\dot{m}_{ac} = \eta_{vol} \frac{V_d N p_{im} n_{cyl}}{n_r R T_{im}}$$

b)

$$\frac{dp_{im}(t)}{dt} = \frac{RT_{im}}{V_{im}}(\dot{m}_{at} - \dot{m}_{ac})$$

7

$$\lambda = \frac{\dot{m}_{ac}}{\dot{m}_f} \frac{1}{AFs}$$

a)

Svar: Öppen styrning $\implies \lambda < 1$ då $\dot{m}_a$ ökar tills det nått stationäritet eftersom $\dot{m}_{at} > \dot{m}_{ac}$.

b)

Svar: λ reglering $\implies \lambda > 1$ eftersom $\dot{m}$ ökar till stationäritet

12

a)

λ reglering är viktig eftersom oönskade utsläpp sker vid $\lambda \neq 1$ λ reglering styr vättre och snabbare än modeller

b)

Underskott på syre $\implies$ spänning över sensorn